Nouvelles solutions de l'équation de Ginzburg-Landau complexe

Robert Conte[1], Micheline Musette[2], Tuen Wai Ng[3], Chengfa Wu[4]

[1] Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS, Centre Borelli, F-91190 Gif-sur-Yvette, France
[2] Dienst Theoretische Natuurkunde, Vrije Universiteit Brussel, Pleinlaan 2, B–1050 Brussels, Belgium
[3] Department of Mathematics, The University of Hong Kong, Pokfulam, Hong Kong
[4] Institute for Advanced Study, Shenzhen University, Shenzhen, PR China
Robert.Conte@cea.fr Micheline.Musette@gmail.com NTW@maths.hku.hk CFWu@szu.edu.cn

L'équation de CGL unidimensionnelle

$$iA_t + pA_{xx} + q|A|^2A + r|A|^4A - i\gamma A = 0, \tag{1}$$

(p, q, r constantes complexes, γ constante réelle) présente un tout petit nombre de textures élémentaires connues analytiquement (fronts, impulsions, chocs, trous, puits, etc).

Nous ajoutons ici [2] trois nouvelles textures du type onde propagative $A = \sqrt{M(\xi)}e^{i(-\omega t + \varphi(\xi))}, \xi = x - ct$ (c et ω réels) : un défaut (observé par Popp et alii, PRL 70 (1993) 3880) et deux états liés de deux solitons sombres (observés par Afanasyev et alii, PRE 57 (1998) 1088).

De plus, nous prouvons [1,3] qu'il n'existe pas d'autre onde propagative bornée, ni pour CGL3 ($r = 0$) ni pour CGL5, dont le module carré $M(\xi)$ a pour seules singularités des pôles dans le plan complexe.

Exemple : le défaut de CGL5 (figure ci-dessous) a pour module carré

$$M = -20\frac{\Im(q/p)}{\Im(r/p)}\frac{\sinh^2\dfrac{k\xi}{2}}{8\sinh^4\dfrac{k\xi}{2} + 36\sinh^2\dfrac{k\xi}{2} + 3}, \tag{2}$$

correspondant aux valeurs des paramètres

$$\begin{aligned} &cp_i = 0, \frac{p_r r_r + p_i r_i}{p_r r_i - p_i r_r} = \frac{3}{2}, \frac{p_r q_r + p_i q_i}{p_r q_i - p_i q_r} = \frac{29}{15}, \ \gamma = \frac{(p_r q_i - p_i q_r)^2}{|p|^2(p_r r_i - p_i r_r)}\left(-\frac{7}{12}p_i - \frac{1}{5}p_r\right), \\ &\omega = \frac{(p_r q_i - p_i q_r)^2}{|p|^2(p_r r_i - p_i r_r)}\left(\frac{7}{12}p_r - \frac{1}{5}p_i\right) - \frac{p_r^3}{4|p|^4}c^2. \end{aligned} \tag{3}$$

Sa vitesse c est arbitraire si p est réel, sinon elle est nulle (défaut stationnaire).

Les deux états liés ont des expressions analytiques similaires, cf. [2] pour leurs figures.

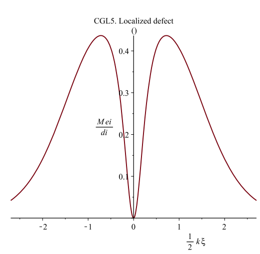

Figure 1. Défaut homocline en unités sans dimenstion.

Références

1. R. Conte and M. Musette, *The Painlevé handbook* (Springer Nature, Switzerland, 2020).
2. R. Conte, M. Musette, Tuen Wai Ng and Cheng-Fa Wu, Physical review E **106 :4** (2022) L042201.
3. R. Conte, M. Musette, Tuen Wai Ng and Cheng-Fa Wu, submitted (13 Dec 2022).

© **Non-Linéaire Publications**, Bâtiment 508, rue John von Neumann, 91400 ORSAY