

Équilibre d'une tige élastique en contact frottant autour d'un cylindre rigide

Paul Grandgeorge, Tomohiko G. Sano & Pedro M. Reis

Laboratoire des Structures Flexibles, Institut de Génie de Mécanique, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse

paul.grandgeorge@epfl.ch

L'équation de cabestan, aussi appelée relation d'Euler-Eytelwein, est souvent utilisée pour modéliser la transmission des forces le long d'un filament en contact avec un cylindre rigide. Dans ce contexte théorique, le filament de section et de rigidité à la flexion négligeables est enroulé autour d'un cylindre et glisse sous l'effet d'une différence de tensions appliquées à ses deux extrémités. L'équation de cabestan prédit alors le rapport entre ces deux tensions tel que $F_L/F_0 = e^{\mu\alpha}$ (avec μ le coefficient de frottement, et α l'angle couvrant l'étendue de la zone de contact). Dans certains cas pratiques, cependant, la section et la rigidité à la flexion du filament ne peuvent être négligées, et l'équation de Cabestan n'est alors plus respectée. Par exemple, pour une tige élastique dont l'épaisseur est comparable au diamètre du cylindre rigide sur lequel elle glisse, l'élasticité joue un rôle prépondérant sur la forme qu'elle adopte (voir Figure 1). La géométrie d'équilibre de la tige influence ensuite fortement la transmission des forces sur toute sa longueur. Dans mon exposé, je proposerai un modèle théorique basé sur les équations de tiges de Kirchhoff permettant de prédire la relation entre F_L et F_0 dans le cas d'une tige élastique. Nous observerons notamment que du fait de l'élasticité de la tige, le rapport F_L/F_0 dépend de F_0 et du diamètre du cylindre, contrairement au modèle de cabestan classique. La validité de nos prédictions théoriques sera examinée à la lumière de résultats expérimentaux et numériques (éléments finis). Par la suite, nous espérons que nos résultats seront utiles aussi bien dans le contexte de l'ingénierie (conception de systèmes courroie-poulie) que dans la modélisation de la mécanique des textiles ou des noeuds.

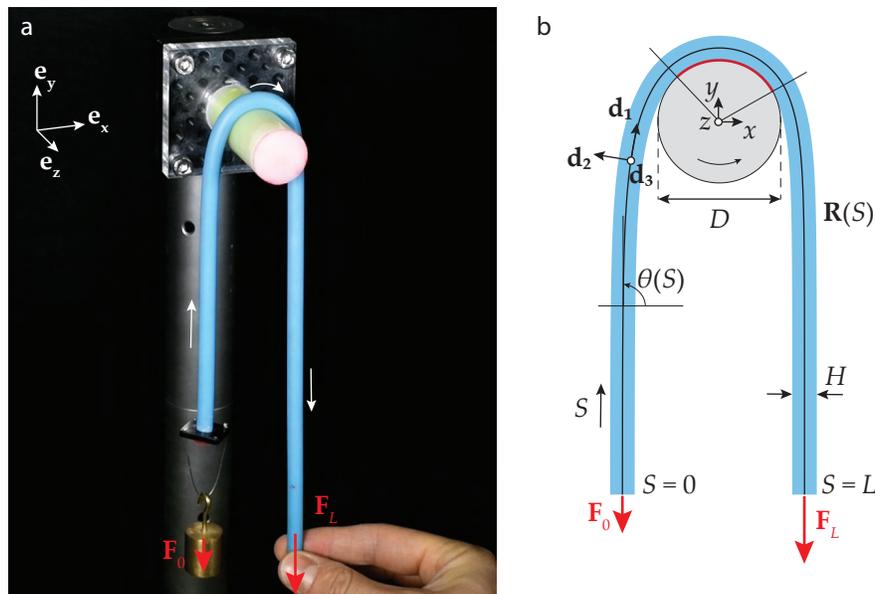


Figure 1. **a** – Tige élastique en contact frottant avec un cylindre rigide. **b** – Modélisation du système basée sur les équations de Kirchhoff. L'élasticité de la tige influence sa géométrie à l'équilibre et par conséquent le rapport des forces F_0/F_L .