Bifurcations de l'équation de Vlasov

Julien Barré[1], David Métivier[2] & Yoshiyuki Y. Yamaguchi[3]

[1] Institut Denis Poisson, Université d'Orléans, Université de Tours, CNRS, et Institut Universitaire de France.
[2] Physics of Condensed Matter and Complex Systems and Center for Non Linear Studies, Los Alamos National Laboratory, Etats-Unis.
[3] Graduate School of Informatics, Université de Kyoto, Japon.
julien.barre@univ-orleans.fr

L'équation de Vlasov décrit la dynamique de systèmes de particules Hamiltoniens, lorsque les forces sont à longue portée et le nombre de particules très grand ; elle apparaît donc dans des situations physiques très diverses : systèmes auto-gravitants, plasmas, mais aussi fluides 2D, lasers à électrons libres, optique non linéaire... Notre objectif à long terme est de comprendre et classifier les bifurcations de l'équation de Vlasov, au voisinage d'un seuil d'instabilité.
L'équation de Vlasov vue comme un système dynamique possède plusieurs caractéristiques qui rendent cette étude délicate : c'est un système Hamiltonien de dimension infinie, à la structure non canonique, très dégénérée ; malgré ce caractére Hamiltonien, une forme de dissipation est fournie par le mélange de phase, ou l'amortissement Landau ; enfin, les particules peuvent entrer en résonance avec les modes du système.
Lorsque ces résonances sont fortes, ces particularités donnent lieu à une bifurcation originale mais relativement bien connue, décrite par le "Modèle à une onde" (Single Wave Model). Elle se caractérise par des effets non linéaires forts induisant une saturation rapide de l'instabilité ("scaling de piégeage"), et une forme normale Hamiltonienne de dimension infinie, qui contrôle la dynamique du mode instable, c'est-à-dire l'onde, et celle des particules proches de la résonance.
Nous mettons en évidence ici un nouveau type de bifurcation, lorsque les résonances sont absentes ou faibles. Dans ce cas, il apparaît génériquement au point de bifurcation un bloc de Jordan d'ordre 3, et l'absence de résonance permet d'obtenir une dynamique réduite de dimension 3, sous forme Hamiltonienne, non canonique et dégénérée : certaines caractéristiques de l'équation de Vlasov originelle subsistent donc. Dans le cas test du modèle HMF (Heisenberg Mean-Field), les comparaisons de cette dynamique réduite avec des simulations numériques directes de l'équation de Vlasov sont excellentes.