Écoulement de von Kármán numérique
H. Faller, C. Nore, L. Cappanera & J-L. Guermond

La décomposition moyenne + fluctuations

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= <\mathbf{u}> + \mathbf{u}', \\ p &= <p> + p', \end{aligned}$$

mène aux équations filtrées

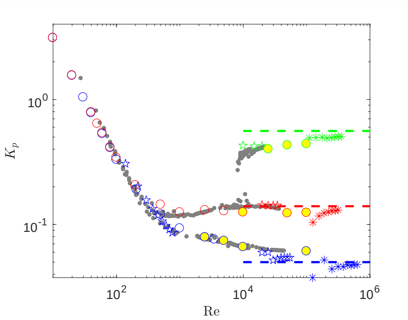
$$\partial_t <u_i> + <u_j> \partial_j <u_i> = \frac{1}{\rho}\partial_i <p> + \partial_j \left(\nu \partial_j <u_i> - <u_j' u_i'>\right).$$

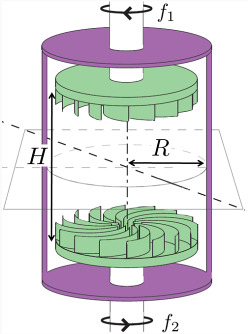
Remarques: 1) $R_e' = \frac{u' L}{\nu} = \frac{u'}{<u>} R_e$,
2) Problème de fermeture.

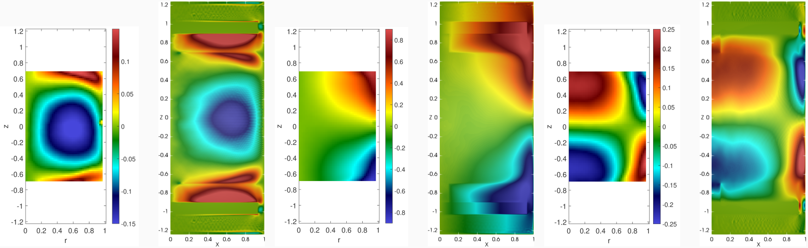
Il faut un modèle statistique :
Entropy viscosity (J.L. Guermond, R. Pasquetti and B.Popov, 2011)

On résoud $\partial_t u + \mathrm{div}\ \mathbf{f}(u) = 0$ sur un maillage de résolution h en ajoutant une "viscosité entropique" :
$\partial_t u_h + \mathrm{div}\ \mathbf{f}(u_h) - \mathrm{div}\ (\nu_h \nabla u_h) = 0.$
L'entropie est une paire $(E(u), \mathbf{F}(u))$ vérifiant $\mathbf{F}(u) = \int E'(u)\mathbf{f}'(u)\mathrm{d}u$ et
$\partial_t E(u) + \mathrm{div}\ \mathbf{F}(u) \leq 0.$
Pour Burgers: $E(u) = \frac{1}{2}u^2$ et
$\mathbf{F}(u) = \sum_i \frac{1}{3}u^3 \mathbf{e}_i.$
On pose :
$\nu_E(\mathbf{x}, t) = \kappa_E h(\mathbf{x})^2 \frac{|\partial_t E(u_h) + \mathrm{div}\ \mathbf{F}(u_h)|}{|E(u_h) - <E(u_h)>|}(\mathbf{x}, t).$
Puis :
$\nu_{\max}(\mathbf{x}, t) = \kappa_{\max} h(\mathbf{x}) \|\mathbf{f}'_{|V_x}(u(\cdot, t))\|_\infty.$
Et enfin :

$$\nu_h(\mathbf{x}, t) = \mathrm{Lissage}(\max(\nu_{\max}, \nu_E)).$$







(c) $\langle u_r^{\mathrm{exp}} \rangle_\circ$ (d) $\langle u_r^{\mathrm{m=0}} \rangle$ (e) $\langle u_\theta^{\mathrm{exp}} \rangle_\circ$ (f) $\langle u_\theta^{\mathrm{m=0}} \rangle$ (g) $\langle u_z^{\mathrm{exp}} \rangle_\circ$ (h) $\langle u_z^{\mathrm{m=0}} \rangle$