

# Le modèle du muscle de Hill : une affaire de conditions aux limites

Herbert<sup>1</sup>, D'Angelo<sup>1,2</sup>, Bels<sup>3</sup>, Ouerdane<sup>4</sup>, Lecoœur<sup>5</sup> & Goupil<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Interdisciplinaire des Energies de Demain (LIED) UMR 8236 Université Paris Diderot

<sup>2</sup> Laboratory of Mathematics J.A. Dieudonné, CNRS UMR 7351 University of Nice-Sophia Antipolis, Nice

<sup>3</sup> Muséum National d'Histoire Naturelle (MNHN), UMR 7205, Rue Cuvier 57 BP 55 F 75231 Paris France

<sup>4</sup> Russian Quantum Center, 100 Novaya Street, Skolkovo, Moscow Region 143025, Russia

<sup>5</sup> Institut d'Electronique Fondamentale, Université Paris Sud CNRS, 91405 Orsay, France, CNRS, UMR 8622

`eric.herbert@univ-paris-diderot.fr`

Les systèmes à conversion de l'énergie (Rayleigh-Benard, thermoélectrique, vivant...) sont considérés en première approche comme en condition potentielle. Dans ce cadre, la réponse d'un tel système est linéaire. Par exemple, si l'on modélise la force par la tension  $V_2$  aux bornes d'une résistance  $R_2$ , connectée à un générateur de Thévenin à la tension  $V_0$  en série avec une résistance  $R_1$  on obtient

$$V_2 = V_0 - R_1 I \quad (1)$$

Le Force  $V_2$  est maximale lorsque  $I = 0$  et décroît linéairement avec  $I$ . Cependant il est connu que l'intensité de fonctionnement rétroagit sur la différence de potentiel observé. Expérimentalement, les lois trouvées seront donc sensiblement différentes de ce résultat, notamment marquées par une dérivée seconde non nulle de la force par rapport à l'intensité. Ce résultat signant le comportement non linéaire est due uniquement à la rétroaction.

Un exemple d'un tel comportement est le modèle phénoménologique de Hill[2] pour la contraction du muscle. Cette loi se présente sous la forme

$$F_{Hill} = \frac{b(F_0 + a)}{v + b} \quad (2)$$

avec  $a$  et  $b$  des constantes positives,  $F$  la force et  $v$  la vitesse de contraction. Cette expression montre un comportement non linéaire qui ne peut pas être retrouvé avec l'expression (1). Pour cela il a été proposé une modélisation *ad-hoc* basée sur un système de résistances et systèmes dissipatifs reliés entre eux.

Nous proposons ici, en nous plaçant en boucle fermé, c'est à dire en nous appuyant sur la rétroaction de l'intensité de fonctionnement sur la force réellement disponible, telle que décrite dans[3], une description thermodynamique complète d'un tel comportement, sans hypothèse supplémentaire autre que le respect des deux principes et le formalisme d'Onsager[1] intégré dans les expression de Ioffe[4].

Dans ce cadre, cette description est très générale et pourrait être prise en compte systématiquement. La non-linéarité observée est un comportement émergent automatique d'un système à conversion de l'énergie en condition aux limites mixtes, c'est à dire réelles.

## Références

1. L. Onsager, Phys. Rev. 37, 405 (1931); 38, 2265 (1931).
2. Hill, The heat of shortening and the dynamic constants of muscle (1938)
3. Goupil, C., H. Ouerdane, E. Herbert, G. Benenti, Y. D'Angelo, et Ph. Lecoœur. « Closed-loop approach to thermodynamics ». Physical Review E 94 : 032136. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.032136>.
4. A. F. Ioffe, Semiconductor Thermoelements and Thermoelectric Cooling (Infosearch, London, 1957).