Quasi-singularités dans l'écoulement turbulent d'une soufflerie

Le Berre Martine[1], Lehner Thierry[2] & Pomeau Yves[3]

[1] Ismo-cnrs, Université Paris-Sud, 91405 Orsay Cedex.
[2] Luth, Observatoire de Paris-Meudon, 92195 Meudon, France.
[3] Ladhyx, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau.
martine.le-berre@u-psud.fr

Il est depuis longtemps suspecté que les écoulements de milieux incompressibles turbulents, en 3D, peuvent présenter des singularités à temps fini. De tels évènements présenteraient localement (en temps et en espace) des pics d'accélération et de fluctuation de vitesse. Ils pourraient être reliés aux bouffées intermittentes observées en turbulence développée, et non explicables par les statistiques associées à la théorie de Kolmogorov K41. Leray [1] proposa en 1934 de chercher des solutions *auto-similaires* des équations de Navier-Stokes (NS), qui deviendraient singulières au bout d'un temps fini, avec des conditions initiales lisses. Nous proposons un scénario différent, basé sur les deux hypothèses suivantes :1) Il n'y a pas de solution auto-similaire pour NS , excepté la solution triviale cf [2]. 2) Il existe des solutions auto-similaires pour les équations d'Euler (c'est à dire NS à viscosité nulle), qu'on appellera solutions d'Euler-Leray, non-triviales, lisses et tendant vers zéro à l'infini (en variable d'espace).

La recherche de solutions auto-similaires *à la Leray* pour les équations d'Euler a été reprise récemment par Y. Pomeau [3], qui a mis en évidence quelques résultats nouveaux, en particulier le fait que les grandes valeurs de l'accélération γ doivent coïncider avec des grandes fluctuations u de la vitesse près de la singularité, avec la loi d'échelle $\gamma \sim u^3$. Ce résultat est en contradiction totale avec les prédictions déduites de la théorie de Kolmogorov, qui associent au contraire les grandes accélérations aux très faibles fluctuations de la vitesse. Notons que la formation de singularités dans l'écoulement n'est pas en contradiction avec la présence d'une cascade d'énergie vers les petites échelles, comme décrite par Kolmogorov, mais les singularités n'en sont pas l'aboutissement. Les solutions singulières d'Euler-Leray conservent la circulation au voisinage de la singularité, ainsi que le nombre de Reynolds local, alors que l'énergie diverge en espace.

En utilisant les données expérimentales de la soufflerie de Modane où la vitesse de l'air a été enregistrée par fil chaud, nous montrons que les grandes valeurs de l'accélération γ sont fortement corrélées aux grandes fluctuations u de la vitesse, en accord avec la relation $\gamma \sim u^3$ prédite pour une solution de l'équation Euler-Leray. Mais, à Modane comme dans tous les écoulements réels turbulents à grand nombre de Reynolds, la viscosité, bien que faible, n'est pas nulle. Nous proposons d'expliquer les résultats expérimentaux par le scénario suivant où la viscosité est traitée comme une perturbation singulière qui brise certaines symétries des équations d'Euler-Leray : une condition initiale proche de la solution auto-similaire de l'équation d'Euler-Leray va d'abord se former, mais au lieu d'atteindre l'explosion, cette solution va dériver lentement vers la solution nulle (unique point fixe de NS-Leray), et la dissipation est complète. On pourrait comparer le rôle des singularités de Leray dans la dissipation de l'énergie à celui du déferlement des vagues sur une mer formée où les vagues, subissent de temps en temps un déferlement qui est la principale source de dissipation.

Références

1. J. Leray, "Essai sur le mouvement d'un fluide visqueux emplissant l'espace", Acta Math. **63** (1934) p. 193-248.
2. J. Necas, M. Ruzicka, and V. Sverak, “"On Leray's self-similar solutions of the Navier-stokes equations", Acta Math. **176** (1996) p. 283–294.
3. Y. Pomeau, "Singularité dans l' évolution du fluide parfait", C. R. Acad. Sci. Paris **321** (1995), p. 407-411 and "On the self-similar solution to the Euler equations for an incompressible fluid in 3D" to appear in C. R. Mecanique (2018), Special Issue to the Memory of J.J. Moreau, https ://dot.org/10.1016/j.crme.2017.12.004