De la **réinterprétation** des **actions en mécanique classique** à celle de **la fonction d'onde en mécanique quantique**

par **Michel Gondran, Alexandre Gondran et Abdel Kenoufi**

L'interprétation des trois actions de la mécanique classique :

Action d'Euler-Lagrange: de $(\mathbf{x}_0, t_0 = 0)$ à $(\mathbf{x}, t)$ $\quad S_{cl}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0)$ $\quad$ épistémique

Action d'Hamilton-Jacobi: $S_0(\mathbf{x})$ à $t_0 = 0$ $(\mathbf{v}_0(\mathbf{x}, t) = \frac{\nabla S_0(\mathbf{x}, t)}{m})$ $\quad S(\mathbf{x}, t)$ $\quad$ ontologique

Action singulière: $\mathbf{x}_0$ et $\mathbf{v}_0$ à $t_0 = 0$ $\quad S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0)$ $\quad$ ontologique

Intégrale de chemins MinPlus entre Hamilton-Jacobi et Euler-Lagrange

$$S(\mathbf{x}, t) = \inf_{\mathbf{x}_0} \{S_0(\mathbf{x}_0) + S_{cl}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0)\} \tag{1}$$

Les **deux convergences** de l'équation de Schrödinger $(\Psi(\mathbf{x},t) = \sqrt{\rho^\hbar(\mathbf{x},t)}\exp(i\frac{S^\hbar(\mathbf{x},t)}{\hbar}))$ quand $\hbar \to 0$

particule**statistiquement préparée** si
$\rho_0^\hbar(\mathbf{x}) \to \rho_0(\mathbf{x})$
$S_0^\hbar(\mathbf{x}) \to S_0(\mathbf{x})$
fonctions régulières $\rho_0(\mathbf{x})$ et $S_0(\mathbf{x})$.

particule **singulièrement préparée** si
$\rho_0^\hbar(\mathbf{x}) \to \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)$ distribution Dirac
$S_0^\hbar(\mathbf{x}) \to S_0(\mathbf{x})$ fonction régulière
(Ex: états cohérents)

Convergence vers les équations statistiques d'H-J

Convergence vers les équations singulières d'H-J

Interprétation de Broglie-Bohm + Born

Interprétation de Schrödinger + Copenhague