

Effets du vent et de la viscosité sur les ondes océaniques : réduction à 3 degrés de liberté

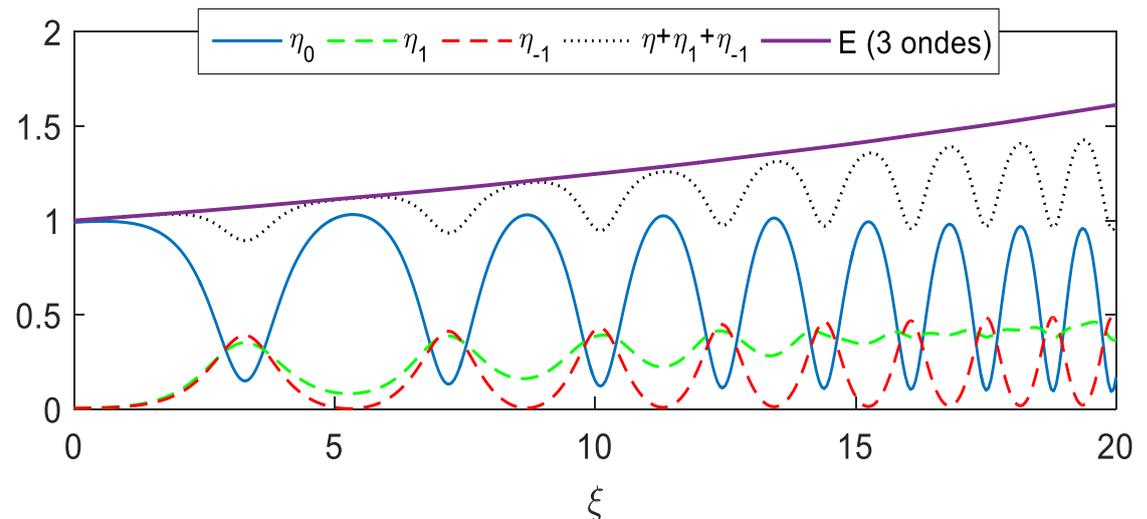
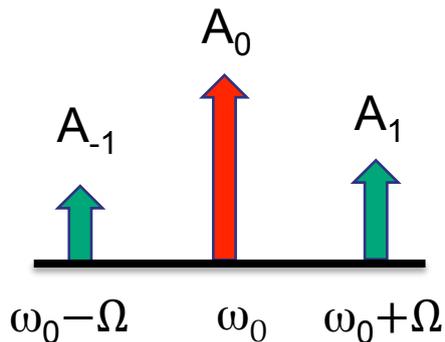
Andrea Armaroli, Debbie Eeltink, Maura Brunetti, Jérôme Kasparian
 Université de Genève, Groupe de physique appliquée

Eau profonde : NLS d'ordre supérieur

$$\frac{\partial A}{\partial X} + i \frac{k_0}{\omega_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + ik_0^3 |A|^2 A = \frac{k_0}{\omega_0} (\Gamma_m - 4k_0^2 \mathbf{v}) A + 4i \frac{k_0}{\omega_0^2} (\Gamma_m - 5k_0^2 \mathbf{v}) \frac{\partial A}{\partial T} + \frac{k_0^3}{\omega_0} \left\{ 8|A|^2 \frac{\partial A}{\partial T} + 2A^2 \frac{\partial A^*}{\partial T} + 2iA \mathcal{H} \left[\frac{\partial |A|^2}{\partial T} \right] \right\}$$

NLS
Vent + viscosité
Dysthe

Réduction à 3 modes



Effets du vent et de la viscosité sur les ondes océaniques : réduction à une dynamique 2D

Andrea Armaroli, Debbie Eelink, Maura Brunetti, Jérôme Kasparian
Groupe de Physique Appliquée, Chemin de Pinchat 22, CH-1227 Carouge, Suisse

Introduction et motivations

- Effet combiné du vent et de la viscosité dans les ondes océaniques
 - Dysthe equation et...
 - ...gain et pertes à différents ordres
- Décrire le comportement non-linéaire de l'instabilité de Benjamin-Feir à l'aide d'une approximation ODE
- Classifier les solutions selon : topologie et décalage spectral

Modèle: équation de Schrödinger non-linéaire généralisée

NLS **Pertes/gain ordre 0** **Pertes/gain ordre 1** **Corrections de Dysthe**

$$\frac{\partial A}{\partial X} + i \frac{k_0}{\omega_0} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + ik_0^2 |A|^2 A = \frac{k_0}{\omega_0} (\Gamma_w - 4k_0^2 \nu) A + 4i \frac{k_0}{\omega_0} (\Gamma_w - 5k_0^2 \nu) \frac{\partial A}{\partial T} + \frac{k_0^3}{\omega_0} \left\{ 8|A|^2 \frac{\partial A}{\partial T} + 2A^2 \frac{\partial A^*}{\partial T} + 2iA \mathcal{H} \left[\frac{\partial |A|^2}{\partial T} \right] \right\}$$

Γ_w [s⁻¹] est le taux de croissance de l'énergie dû au vent qui souffle en direction de propagation, ν [m²s⁻¹] est la viscosité cinétique; A est l'enveloppe de l' hauteur de l'eau; limite d'eau profonde, $\omega_0 = \sqrt{gk_0}$

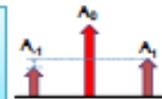
$$\frac{\partial a}{\partial \xi} + i \frac{1}{2} \frac{\partial^2 a}{\partial \tau^2} + i|a|^2 a = \delta a + \varepsilon \Gamma \frac{\partial a}{\partial \tau} + \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \left\{ 8|a|^2 \frac{\partial a}{\partial \tau} + 2a^2 \frac{\partial a^*}{\partial \tau} + 2ia \mathcal{H} \left[\frac{\partial |a|^2}{\partial \tau} \right] \right\}$$

1 champ complexe, 3 paramètres : $a \sim \mathcal{O}(1)$, ε , δ , Γ

Réduction à 3 modes

$$a(\xi, \tau) = A_0(\xi) + A_1(\xi)e^{-i\Omega\tau} + A_{-1}(\xi)e^{i\Omega\tau}$$

Vent et viscosité brisent la conservation de l'énergie



$$A_0 = \sqrt{2} a_0 e^{i\psi}$$

$$\Omega = \omega_1 + \omega_{-1}$$

$$\psi = (\phi_1 + \phi_{-1} - 2\phi_0)/2$$

$$\Omega = \omega_1 + \omega_{-1}$$

$$\alpha = \eta_1 - \eta_{-1}$$

$$\delta = 2\varepsilon\Gamma + 2\varepsilon\Gamma\Omega; \quad \alpha = 2\varepsilon\alpha + 2\varepsilon\Gamma\Omega - \varepsilon\nu\sqrt{2}\Omega(\varepsilon - \eta) |\eta^2 - \alpha^2|^{-1/2} \sin 2\psi$$

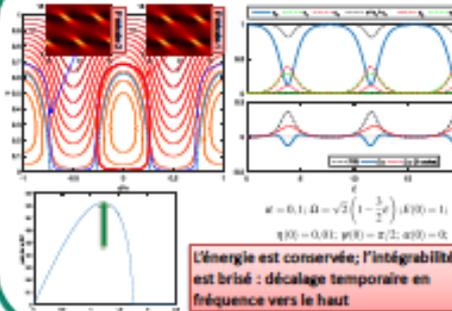
$$\eta = 2\varepsilon\eta + 2\varepsilon\Gamma\Omega - 2(1 - \varepsilon\sqrt{2}\Omega)(\varepsilon - \eta) |\eta^2 - \alpha^2|^{-1/2} \sin 2\psi$$

$$\psi = \frac{\Omega^2}{2} - \varepsilon + \frac{3}{2}\eta + \varepsilon\sqrt{2}\Omega \left(-\eta + \frac{3}{2}\alpha + \varepsilon \right)$$

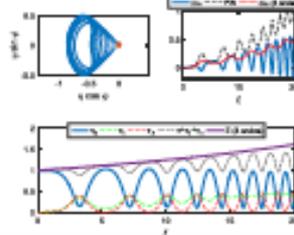
$$+ (1 - \varepsilon\sqrt{2}\Omega) |\eta^2 - \alpha^2|^{-1/2} \cos 2\psi$$

$$- \psi(\varepsilon - \eta) |\eta^2 - \alpha^2|^{-1/2} \cos 2\psi + \varepsilon\sqrt{2}\Omega(\varepsilon - \eta) \sqrt{\frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha}}$$

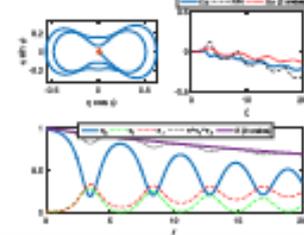
Plan de phase $\delta = \Gamma = 0$



$$\varepsilon = 0.05; \delta = 0.01; \Gamma = 0.25; \psi(0) = \pi/2$$



$$\varepsilon = 0.05; \delta = -0.01; \Gamma = -0.25; \psi(0) = 0$$



A. Armaroli et al.
Recurrence in the high-order nonlinear Schrödinger equation: a low dimensional analysis, soumis à PRE

- K. B. Dysthe, Proc. R. Soc. A, 369, 105–114 (1979).
- J. D. Carter et A. Giovan, Eur. J. Mech. B, 59, 177–186 (2016).
- M. Brunetti et al., Phys. Lett. A, 378, 1025–1030 (2014).
- S. Trillo et S. Vukobrat, Opt. Lett., 16, 905–908 (1991).
- O. Kimmoun et al., Id. Rep. 6, 20016 (2016).
- D. Eelink et al., submitted to J. Fluid Mech. (2017)