Un outil mathématique pour la physique : l'analyse non linéaire MinPlus et l'intégrale de chemin MinPlus

Michel Gondran[1] & Alexandre Gondran[2]

[1] University Paris Dauphine, Lamsade, 75 016 Paris, France
[2] École Nationale de l'Aviation Civile, 31000 Toulouse, France
michel.gondran@polytechnique.org

Il existe en mécanique classique un analogue de l'intégrale de chemin de Feynman : c'est **l'intégrale de chemin Minplus** qui relie l'action d'Hamilton-Jacobi $S(\mathbf{x},t)$ à l'action classique d'Euler-Lagrange $S_{cl}(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0)$ par l'équation :

$$S(\mathbf{x},t) = \min_{\mathbf{x}_0}(S_0\left(\mathbf{x}_0\right) + S_{cl}(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0)) \tag{1}$$

où le minimum est pris sur l'ensemble des positions initiales $\mathbf{x}_0$ et où $S_0(\mathbf{x})$ est l'action d'Hamilton-Jacobi à l'instant initial. Cette équation est une intégrale dans l'analyse non linéaire Minplus [2] que nous avons introduit en 1996, à la suite de Maslov [1]. Nous verrons que cette équation permet en mécanique classique de mieux comprendre le principe de moindre action, et en mécanique quantique de réfuter l'interprétation des mondes multiples d'Everett et de conforter l'interprétation de l'onde pilote de Broglie-Bohm pour les particules non liées (interprétation faible de de Broglie-Bohm).

On peut généraliser la mécanique analytique classique sur les nombres réels basée sur l'analyse Minplus avec une mécanique analytique définie sur les nombres complexes et les algèbres de Clifford (analyse Minplus complexe). Cette généralisation permet de revisiter la théorie non linéaire de Born et Infeld avec un tenseur de Faraday complexe et d'envisager une possible union de l'électromagnétisme avec la relativité générale.

Enfin, on propose un modèle non ponctuel d'une particule quantique (corde vibrante) et un principe de moindre action généralisée permettant d'associer à cette particule une onde qui vérifie l'équation de Schrödinger et au centre de gravité de cette particule une trajectoire de de Broglie-Bohm.

Références

1. V.P. Maslov, *Analyse Idempotente*, édition Mir (1989).
2. M. Gondran, "Analyse MinPlus" C. R. Acad. Sci. Paris **323**, 371-375 (1996).
3. M. Gondran et M. Minoux, *Graphes, dioïdes et semi-anneaux*, Lavoisier (2004) ; *Graphs, Dioïds and Semi-rings : New models and Algorithms*, Springer, Operations Research/Computer Science Interfaces (2008).
4. M. Gondran et A. Kenoufi, "Numerical calculations of Hölder exponents for the Weierstrass functions with (min,+)-wavelets", Trends in Applied and Computational Mathematics (2014).
5. R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley, Reading, MA, Vol. II, 1964.