Modèle phénoménologique pour la prédiction de spectres stationnaires et instationnaires de turbulence d'ondes de plaques

T. Humbert[1,2], C. Josserand[1], O. Cadot[2], & C. Touzé[2]

[1] Institut D'Alembert, UMR 7190 CNRS-UPMC, 4 place Jussieu, 75005 Paris, France.
[2] Unité de Mécanique (UME), ENSTA ParisTech, 828 Bd des Maréchaux, 91762 Palaiseau Cedex, France
thomas.humbert.box@gmail.com

La théorie de la turbulence d'ondes (ou turbulence faible) (TTO) a pour but de décrire le comportement à long terme de systèmes faiblement non-linéaires où l'énergie est échangée par les différentes échelles. Dans le cas des plaques minces élastiques, d'importantes différences ont été remarquées entre théorie et expériences [**?**,**?**,**?**], différences attribuées récemment en grande partie à l'amortissement [**?**].

En cherchant un moyen de modéliser dans un cadre proche des conditions expérimentales ce dernier résultat, l'idée d'utiliser un modèle de type phénoménologique est apparue assez rapidement comme intéressante, celle-ci ayant déjà été employée dans diverses application de la TTO, fournissant un cadre propice à l'étude de dynamiques instationnaires [**?**,**?**]. Ces modèles *ad hoc* sont construits en cherchant une équation qui admet les spectres de Rayleigh-Jeans et de Kolmogorov-Zakharov comme solutions stationnaires. Dans le cas des plaques, cette démarche permet d'écrire l'équation suivante pour le spectre d'énergie E_ω :

$$\partial_t E_\omega = \partial_\omega(\omega E_\omega^2 \partial_\omega E_\omega). \tag{1}$$

Afin de montrer la capacité de ce modèle à capturer des éléments fondamentaux de la dynamique en se passant de la complexité de l'équation cinétique, il est appliqué ici au cas de la turbulence instationnaire dans deux situations : la turbulence libre, et une turbulence excitée par un flux constant d'énergie au cours du temps. En simulant numériquement l'équation phénoménologique, un comportement autosimilaire a été remarqué dans les deux cas, et justifié dans un second temps par une analyse en variables autosimilaires. On notera qu'il a été vérifié que ces solutions sont également des solutions de l'équation cinétique.

La perspective la plus intéressante vient de la possibilité d'introduire directement un terme d'amortissement dans l'équation précédente en écrivant

$$\partial_t E_\omega = \partial_\omega(\omega E_\omega^2 E'_\omega) - \gamma_\omega E_\omega \tag{2}$$

où γ_ω peut être une loi d'amortissement quelconque. En utilisant les données expérimentales de [**?**], cela permettrait alors de posséder un modèle hérité de la turbulence d'ondes mais plus simple d'utilisation et autorisant une comparaison adéquate avec la situation expérimentale.

Références

1. G. Düring, C. Josserand, S. Rica, *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 025503 (2006).
2. N. Mordant, *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 234505 (2008).
3. A. Boudaoud, O. Cadot, B. Odille and C. Touzé, *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 234504 (2008).
4. T. Humbert, O. Cadot, G. Düring, C. Josserand, S. Rica, C. Touze, *EPL (Europhysics Letters)* **102**, 30002 (2013).
5. G. Falkovitch, A. Shafarenko, *Journal of Nonlinear Science*, **1**, 457 (1991).
6. C. Connaughton, A. Newell, Y. Pomeau, *Physica D*, **184**, 64 (2003).