Dynamique d'une bille vibrée

Chastaing¹ & Géminard²

```
^{1} Laboratoire de Physique - ENS de Lyon - CNRS 46, Allée d'Italie, 69007 Lyon - FRANCE
```

La dynamique d'une bille rebondissant sur une surface vibrée a été largement étudiée par le passé. Dans le cas de rebonds sur une surface au repos, l'existence d'une singularité à temps fini a été prouvée (nombre infini de rebonds) [1]. Lorsque la surface est vibrée, la transition vers le chaos par doublement de période [2] ou encore l'énergie moyenne d'une bille en régime chaotique [3] ont été étudiées.

Dans le cadre de ma thèse, nous avons choisi d'adopter un nouveau point de vue. La bille constitue un système dissipatif, entretenu et stationnaire : le plateau vibrant injecte de l'énergie à la bille, alors que le choc inélastique en dissipe. Dès lors, il est possible d'étudier la dynamique de la bille du point de vue statistique, en faisant varier deux paramètres : le coefficient de restitution de la bille e, et l'accélération relative du plateau $\Gamma = A\omega^2/g$ (dans le cas d'un mouvement sinusoïdal du plateau $z(t) = A \cos(\omega t)$).

Notre étude repose sur un dispositif expérimental simple : grâce à un microphone qui détecte les instants de chocs et à un capteur de position qui mesure la hauteur du plateau, il très facile de reconstruire la trajectoire complète de la bille, et ce même lorsqu'elle est dans un régime totalement chaotique. Dans un premier temps, nous avons étudié notre système de façon didactique. Pour modéliser le choc inélastique entre la bille et le plateau, nous faisons l'hypothèse d'une loi de choc simple, qui relie les vitesses relatives avant et après le choc, $u^+ = -e\,u^-$ (e est supposé constant et tel que 0 < e < 1). Nous avons vérifié la validité de cette loi et mesuré e dans trois situations différentes : une bille rebondissant sur un support immobile, une bille vibrée en régime périodique (i.e. son mouvement est synchronisé avec celui du plateau) et une bille vibrée en régime chaotique.

Dans un second temps, nous avons étudié les propriétés statistiques de la bille en régime chaotique. Nous avons observé et prouvé analytiquement (avec des hypothèses simples) plusieurs résultats expérimentaux. Nous avons mis en évidence l'existence de fortes corrélations entre les mouvements de la bille et du plateau. Nous observons que la vitesse du plateau "vue" en moyenne par une bille oscille en fonction de la vitesse d'impact. Il est possible de détruire une partie des ces corrélations en imposant un mouvement du plateau modulé en fréquence. Il existe un "effet d'ombre" : une bille arrivant à faible vitesse impacte en moyenne un plateau montant, alors qu'une bille arrivant à grande vitesse impacte en moyenne un plateau à l'arrêt. Il apparait aussi que l'énergie moyenne de la bille en régime chaotique est liée de façon complexe à e et Γ . D'autre part, la bille a une "mémoire" de son état antérieur qui décroit avec les chocs successifs : cette décroissance est plus rapide que lorsque la bille rebondit sur un support immobile mais n'est pas instantanée, et ce même en régime chaotique. Enfin, nous avons étudié les distributions de probabilité des vitesses et des énergies de la bille (directement liées à e et Γ), et les incréments d'énergie injectée ou dissipée à chaque choc.

Références

- 1. E. FALCON, C. LAROCHE, S. FAUVE, AND C. COSTE, Behavior of one inelastic ball bouncing repeatedly on the ground, *Eur. Phys. J. B*, **3**, 45-57 (1998).
- P. PIERANSKI, Jumping particle model. Period doubling cascade in an experimental system, J. Physique, 44, 573-578 (1983).
- 3. J.-C. Geminard and C. Laroche, Energy of a single bead bouncing on a vibrating plate: Experiments and numerical simulations, *Phys. Rev. E*, **68**, 031305 (2003).

² Laboratoire de Physique - ENS de Lyon - CNRS 46, Allée d'Italie, 69007 Lyon - FRANCE jeanyonnel.chastaing@ens-lyon.fr