

Topologie du chaos toroïdal produit par un double pendule actif

Martin Rosalie¹, Davidson Firmo², Leonardo Tôrres² & Christophe Letellier¹

¹ CORIA UMR 6614 — Université de Rouen, Av de l'Université, BP 12, F-76801 Saint-Etienne du Rouvray Cedex, France

² Univerisdade Federal de Minas Gerais (UFMG), Av. Antônio Carlos 6627, Pampulha, Belo Horizonte, MG, Brazil

`martin.rosalie@coria.fr`

Le système dynamique ici étudié est un double pendule actif qui présente la particularité de compenser la dissipation d'énergie par frottements à l'aide d'un mécanisme constitué d'un moteur commandé par une boucle de rétroaction basée sur la vitesse angulaire : des oscillations entretenues peuvent ainsi être observées [1]. Le système dynamique associé à ce double pendule est donc dissipatif, mais l'apport « contrôlé » d'énergie permet d'obtenir des attracteurs chaotiques. Après avoir réalisé un plongement différentiel du portrait de phase à partir de la variable θ_1 , nous avons supprimé la symétrie centrale par construction d'un système image, étape simplificatrice de la caractérisation topologique de systèmes équivariants (pourvus de propriétés de symétrie) [2]. Nous avons trouvé une cascade de doublements de période en faisant varier le paramètre V_a . Nous avons choisi d'étudier la topologie de la dynamique du double pendule peu après le point d'accumulation de cette cascade, là où le chaos est encore lacunaire [3,4], choix qui permet d'éviter à la trajectoire de recouvrir l'ensemble de la surface du tore et, par conséquent, d'éviter l'écueil important dans la caractérisation topologique du chaos toroïdal par un gabarit. En effet, la construction d'une surface branchée « toroïdale » est un problème ouvert. Ceci constitue donc une première étape dans la caractérisation topologique de la dynamique du double pendule et, plus généralement, de tout chaos toroïdal. Un gabarit d'un attracteur du système image du double pendule est donc établi. Par construction de la couverture sous une symétrie centrale de ce gabarit, la topologie de l'attracteur plongé dans l'espace des phases original est ensuite proposée.

Références

1. D.L. FIRMO, L. A. B. TÔRRES, & E. G. NEPOMUCENO, Simulation and dynamical characterization of an active mechanical chaotic double pendulum, *Proceedings of COBEM*, 2007
2. C. LETELLIER, R. GILMORE & T. JONES, Peeling bifurcations of toroidal chaotic attractor, *Physical Review E*, **76**, 066204 (2007)
3. C. LETELLIER, V. MESSENGER & R. GILMORE, From quasiperiodicity to toroidal chaos : analogy between the Curry-Yorke map and the van der Pol system, *Physical Review E*, **77**, 046203 (2008)
4. M. ROSALIE & C. LETELLIER, Vers une topologie du chaos toroïdal, *Comptes-Rendus des Rencontres du Non Linéaire*, **14**, 151-156 (2011)