Formes Normales d'Observabilités Quadratiques de Poincaré

D. Boutat, L. Boutat-Baddas et J-P Barbot

En automatique comme en physique ou en mathématique, il est important de chercher des équivalences. Ce problème qui nous parait difficile n'est-il pas équivalent à celui-ci que l'on sait traiter ? Ainsi, H. Poincaré a introduit des formes normales pour aborder la stabilité des systèmes dynamiques. Prés de cent ans après W. Kang et A. Krener ont introduit des formes normales pour étudier la stabilisabilité des systèmes dynamiques (c.-à-d. Peut on rendre stable le système avec une commande ?). Nos contributions passées et présentes dans le domaine, étudient les formes normales dobservabilité et de détectabilité. Ici, léquivalence est à un difféomorphisme et une fonction des sorties prés.

Theorem

Les conditions suivantes sont équivalentes :

i) le système (Σ) est quadraticalement linéarisable modulo une injection de sortie,

ii) $[Y_i, Y_j] = O^1(\xi)$ *pour tout* $1 \leq i, j \leq n$,

iii) $[Y_i, Y_{i+1}] = O^1(\xi)$ *pour tout* $1 \leq i \leq n-1$,

iv) $d\omega = O^1(\xi)$

v) $\omega = \beta + O^2(\xi)$ *avec* $d\beta = 0$

Dans ce cas, la transformation quadratique de Poincaré

$$z = \xi + \phi^{[2]}(\xi) := \varphi(\xi)$$

est telle qu'on a $\beta = d\varphi$. *La partie* φ *supprime les termes d'ordre* 2 *modulo la sortie. Dans ces nouvelles coordonnées, le système* (Σ) *a la forme suivante :*

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_1 = a_1 z_n + b_1 z_n^2 + O^{[3]}(z) \\ \dot{z}_j = z_{j-1} + a_j z_n + b_j z_n^2 + O^{[3]}(z) \\ \text{pour tout } 2 \leq j \leq n \end{array} \right. \tag{1}$$