

Effets de la rotation sur la convection naturelle entre deux cylindres coaxiaux soumis à un gradient radial de température

Clément Savaro, Arnaud Prigent, & Innocent Mutabazi¹

LOMC, UMR 6294, CNRS-Université du Havre
 clement.savaro@etu.univ-lehavre.fr

Résumé. Nous nous intéressons dans cette étude à l'effet de la rotation du cylindre intérieur sur la convection naturelle entre deux cylindres coaxiaux soumis à un gradient radial de température. Les cylindres de rayons $a = 2$ cm et $b = 2,5$ cm et de hauteur $H = 55,4$ cm sont placés verticalement. Une circulation d'eau provenant de bains thermostatés permet de contrôler la température aux parois des cylindres et de créer ainsi le gradient radial de température. Le système est caractérisé par le rapport des rayons $\eta = 0,8$ et le rapport d'aspect $\Gamma = 114$. Ses paramètres de contrôle sont le nombre de Grashof Gr relié au gradient radial de température et le nombre de Taylor Ta , relié à la vitesse de rotation du cylindre intérieur. L'écoulement est visualisé à l'aide de kalliroscope et des mesures du champ de vitesse et température sont réalisés à l'aide de cristaux liquides thermochromiques encapsulés.

Dès qu'un gradient de température est créé entre les cylindres, il se forme une grande cellule convective verticale. À partir d'un nombre de Grashof critique $Gr_c = 8000$ et sans rotation, la cellule convective est sujette à une instabilité prenant la forme de rouleaux axisymétriques se propageant respectivement vers le haut (le bas) quand le cylindre intérieur (extérieur) est le plus chaud. Dans cette étude, le nombre de Grashof est fixé à une valeur supérieure à la valeur critique et le cylindre intérieur est progressivement mis en rotation. Nous étudions alors les propriétés spatio-temporelles de l'écoulement et regardons comment l'ajout de la rotation les modifie. Une faible rotation a un faible effet perturbatif sur les rouleaux axisymétriques, diminuant seulement leur intensité. À partir d'un nombre de Taylor $Ta = 17$ les ondes modulées, aussi observées à des nombres de Grashof moins élevés, apparaissent et coexistent avec les rouleaux axisymétriques. Nous avons aussi observé la présence d'un nouveau motif ayant la forme d'un unique rouleau incliné. Ce rouleau se développe sur plus de la moitié de la hauteur totale depuis l'extrémité haute ou basse du système, selon le sens du gradient de température. Pour certains paramètres il se propage autour du cylindre intérieur sans changement, faisant penser à une onde solitaire. Mais dans la plupart des cas il interagit avec les ondes modulées ce qui provoque sa déformation voir sa disparition avant qu'il ne se reforme.

Abstract. This study deals with the effect of the rotation of the inner cylinder on the instabilities of the natural convection between two coaxial cylinders. The radius of the upright cylinders are $a = 2$ cm and $b = 2.5$ cm and the height is $H = 55.4$ cm. The temperature is controlled by a flow of water from two thermostatted baths. The system is characterized by the radius ratio $\eta = 0.8$ and the aspect ratio $\Gamma = 114$. The controls parameters are the Grashof number Gr related to the radial temperature gradient and the Taylor number Ta related to the rotation rate of the inner cylinder. We visualize the flow with kalliroscope and measure the velocity and temperature fields with encapsulated thermochromic liquid crystals.

The temperature gradient produce a single vertical convective cell along the entire height of the cylinders. Above a critical value of the Grashof number $Gr_c = 8000$ this cell can be destabilized leading to the apparition of axisymmetric rolls in the center of the system and propagating respectively upward (downward) when the inner (outer) cylinder is the hottest. In this study the Grashof number is fixed just above the critical value and the inner cylinder is gradually set in rotation. Then we study the spatio-temporal properties of the flow and their possible modification by the rotation. At low rotation rate the axisymmetric rolls are weakly disturbed. Their intensity decrease. Above a Taylor number $Ta = 17$ modulated waves, also seen at lower Grashof, appear and coexist with the axisymmetric rolls. We also observe a new pattern having the shape of a single tilted roll. This roll exist on more than half of the total height of the system from the top or the low end, depending on the direction of the temperature gradient. For some parameters it propagates around the inner cylinder without change. But in most of the cases it interacts with the modulated waves causing temporary deformation or disappearance of the pattern.

1 Introduction

Nous étudions l'écoulement d'eau confinée entre deux cylindres coaxiaux produit par deux effets moteurs distincts, la rotation du cylindre intérieur d'une part et un gradient horizontal de température d'autre part. Le premier effet correspond au système de Couette-Taylor, un modèle d'écoulement courant dans l'industrie et très utilisé dans les travaux sur les instabilités hydrodynamiques et la transition vers la turbulence. La rotation du cylindre intérieur produit un écoulement purement azimuthal qui se déstabilise à partir d'un taux de rotation critique. Il apparaît alors des rouleaux axisymétriques pouvant eux même se déstabiliser quand le taux de rotation continue à être augmenté [1,2]. Les effets de l'ajout d'un gradient de température à ce système sont bien documentés [3,4,5,6]. La cellule convective qui se forme alors apporte de profondes modifications à l'instabilité centrifuge. Les rouleaux de Taylor axisymétriques sont remplacés par un motif spirale qui peut apparaître à des vitesses de rotation bien plus faibles que les rouleaux de Taylor et même être modulé [7]. Le cas où seul le second effet est présent correspond à la convection naturelle entre deux plaques verticales où deux cylindres. Il s'agit d'une autre configuration modèle d'hydrodynamique qui permet aussi d'étudier des problèmes de transfert de chaleur. Dans ce cas lorsque le gradient de température est augmenté au-dessus d'une valeur critique la cellule convective devient instable. Des rouleaux axisymétriques propagatifs apparaissent [8,9].

Nous avons étudié les effets d'une rotation du cylindre intérieur, bien inférieure au seuil des rouleaux de Taylor, sur la première instabilité de la cellule convective. Une solution de Kalliroscope est utilisée pour visualiser l'écoulement et étudier ses propriétés spatiotemporelles. Après avoir décrit le dispositif expérimental et les techniques de mesure, nous présentons les résultats obtenus et décrivons un nouveau type de motif découvert au cours de cette étude.

2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental (Fig. 1) est constitué d'un cylindre intérieur en aluminium anodisé noir de rayon $a = 2$ cm et d'un cylindre extérieur en verre de rayon $b = 2,5$ cm créant un gap de largeur $d = 0,5$ cm. Les extrémités hautes et basses sont définies par deux anneaux en Téflon solidaires du cylindre extérieur et séparés d'une hauteur $H = 55,4$ cm. Les caractéristiques géométriques du système sont le rapport des rayons $\eta = a/b = 0,8$ et le rapport d'aspect $\Gamma = H/d = 114$. La fréquence de rotation Ω du cylindre intérieur est assurée par un servomoteur et est contrôlée avec une précision de 1%. Elle est directement reliée à un premier paramètre de contrôle du système, le nombre de Taylor $Ta = (\Omega ad/\nu).(d/a)^{1/2}$ où ν est la viscosité du fluide. Pour imposer un gradient de température un troisième cylindre en verre de rayon $c = 5$ cm est ajouté et le gap entre celui-ci et le système est relié à un bain thermostaté qui assure une circulation d'eau à un débit de 14 litres par minutes. La température du cylindre intérieur creux est imposé de la même façon par un second bain. Le gradient de température ainsi créé permet de définir le second paramètre de contrôle, le nombre de Grashof $Gr = g\alpha\delta T d^3/\nu^2$ où g est l'accélération de la pesanteur et α le coefficient de dilatation. Le troisième paramètre de contrôle est le nombre de Prandtl $Pr = \nu/\kappa$, qui caractérise le fluide qui est de l'eau dans cette étude.

L'eau estensemencée de Kalliroscope AQ-1000 [10], une solution de petites plaquettes réfléchissantes, qui permet une visualisation directe des motifs de l'écoulement. Les zones où le cisaillement est parallèle à l'éclairage apparaissent comme sombres alors que les zones où le cisaillement est perpendiculaire à l'éclairage apparaissent brillantes. Une nappe laser permet de faire une coupe verticale dont on filme l'évolution au cours du temps. On extrait ensuite du film un diagramme spatiotemporel qui est la superposition chronologique d'une ligne verticale prise au centre du gap (Fig. 2). Pour obtenir des données quantitatives nous analysons spectralement les motifs en dessous et autour de ce seuil. Une transformé de Hilbert ainsi que des filtres en temps et en espace autour des fréquences fondamentales du motif sélectionné sont appliqués. Ceci nous permet d'obtenir l'écriture de l'intensité lumineuse du diagramme spatio-temporel $I(z, t)$ sous la forme $|A(z, t)|e^{i\phi(z, t)}$ où A est l'amplitude du motif et ϕ sa phase. La dérivée spatiale de la phase donne le nombre d'onde k et sa dérivée temporelle la fréquence f . Le nombre d'onde et la fréquence sont respectivement adimensionnés par la largeur du gap d et le temps caractéristique de diffusion visqueuse $d^2/2\pi\nu$.

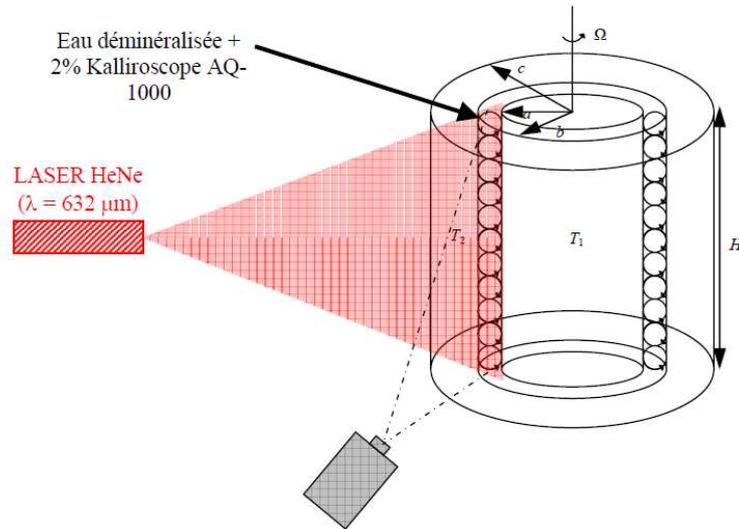


Figure 1. Schéma du dispositif expérimental et de la mesure à l'aide d'une nappe laser.

Dans cette étude nous nous plaçons à un Grashof donné puis, après avoir attendu 40 min pour que le système atteigne son état stationnaire, nous augmentons le nombre de Taylor par petits paliers. À chaque palier nous attendons 20 minutes avant de faire les mesures.

3 Effets de la rotation sur la convection naturelle

Dès la mise en place d'un gradient de température une cellule de convection apparaît avec un mouvement ascendant du côté chaud et descendant du côté froid. Cet écoulement se déstabilise pour un nombre de Grashof $Gr_c = 8000$ ce qui correspond à un δT imposé de 11°C pour un nombre de Prandtl $Pr = 5$. Il apparaît alors, au centre du système, des rouleaux axisymétriques se propageant à très faible vitesse vers le haut si le cylindre intérieur est plus chaud, ou vers le bas dans l'autre cas [11]. Nous avons comparé les diagrammes spatiotemporels obtenus pour différents nombres de Taylor avec un nombre de Grashof juste au dessus du seuil de l'instabilité Fig. 2. Dans ce qui suit le δT imposé est 12°C avec le cylindre intérieur plus chaud pour un nombre de Grashof $Gr = 9000$ et un nombre de Prandtl $Pr = 5$.

En dessous d'une valeur critique du Taylor $Ta_c = 17$, la rotation a un effet perturbatif sur les rouleaux, au delà de cette valeur d'autres instabilités apparaissent. L'effet perturbatif apparaît clairement dans les spectres spatiaux des motifs, bien que le maximum du pic ne change pas, des nombre d'ondes plus faibles apparaissent. La moyenne des nombres d'ondes et fréquences sur tout le motif pondéré par l'amplitude ne présente pas de variation significative avant le seuil d'apparition des autres motifs (Fig. 3), leurs valeurs sont $q = 2,8 \pm 0,1$ pour le nombre d'onde et $f = 3,6 \pm 0,3$ pour la fréquence et sont en accord avec la littérature [11].

Nous avons constaté une diminution de l'amplitude moyenne allant jusqu'à 40% pour $Ta = 9$ Fig. 4. Cela suggère que l'instabilité n'est que légèrement perturbée par l'écoulement de Couette avec une distorsion des rouleaux révélée par les spectres spatiaux.

Deux motifs distincts apparaissent à la valeur critique $Ta_c = 17$ (Fig. 5), aucune hystérésis n'a été trouvée pour l'apparition de ces motifs. Le premier est la spirale modulée déjà observée en première instabilité pour des nombres de Grashof plus faibles et attendue par continuité [12]. Le second, bien plus intense est une spirale solitaire inclinée avec la même inclinaison que la spirale modulée dont une des extrémités se trouve respectivement sur le bord haut (bas) du système quand le cylindre intérieur

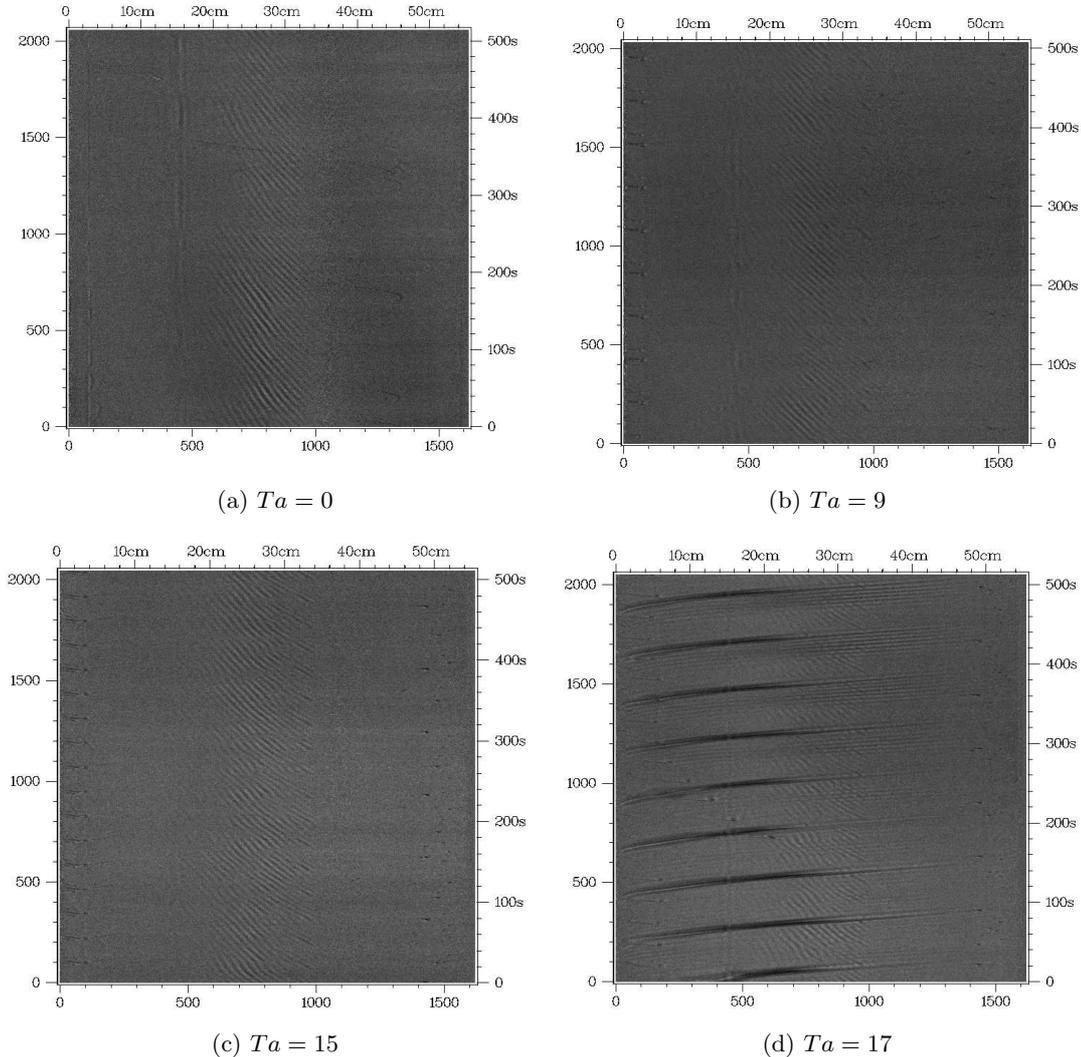
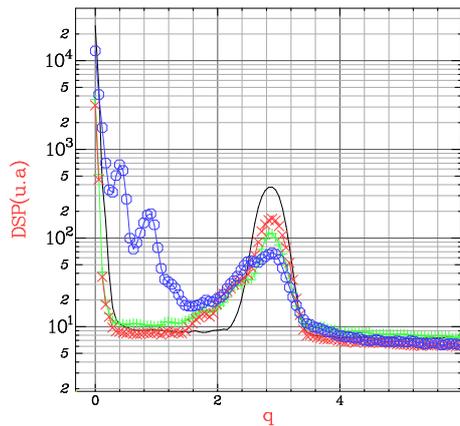


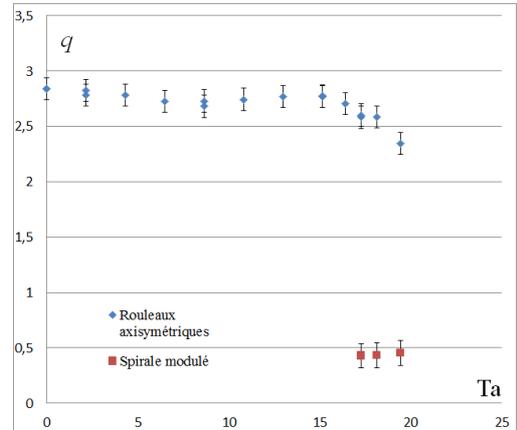
Figure 2. Diagrammes spatiotemporels pour $Gr = 9000$ (T intérieur = 32.5°C et T extérieur = 44.5°C) et différents nombres de Taylor

(extérieur) est le plus chaud. La spirale modulée et les rouleaux axisymétriques se croisent en se perturbant. Le nombre d'onde moyen des rouleaux axisymétriques diminue alors de manière significative (Fig. 3) et leur fréquence moyenne reste inchangée. La spirale solitaire efface les rouleaux axisymétriques et interagit avec la spirale modulée provoquant la déformation ou même la disparition temporaire du motif, il en résulte un motif complexe dépendant du temps. Cette interaction a probablement lieu du fait d'une légère différence de vitesse de déplacement entre les deux motifs. Nous avons constaté que pour une fréquence de rotation de 38 mHz, la fréquence de rotation de la spirale modulée est de 16 mHz, ce qui correspond à la fréquence de rotation moyenne du fluide [12] alors que la spirale solitaire tourne à 17 mHz. Nous avons exploré les paramètres $Gr - Ta$ où l'on peut observer ce motif, il apparaît au même seuil en Taylor que la spirale modulée dès que le nombre de Grashof est supérieur à la valeur critique $Gr_c = 6500$. Nous avons observé différents types de dynamiques de cette spirale, le motif peut être très complexe, avec des dislocations fréquentes ou au contraire très régulier, pouvant rester stationnaire plusieurs heures.

Le comportement du système à des taux de rotation plus élevés est similaire à ce que l'on observe pour des nombres de Grashof moins élevés, une faible augmentation du nombre de Taylor, à $Ta = 20$, suffit



(a) Spectre spatiaux adimensionnés pour $Gr = 9000$ et différents Ta . Le trait plein correspond à $Ta = 0$, les + à $Ta = 9$, les \times à $Ta = 15$ et les \circ à $Ta = 17$.



(b) Nombres d'onde moyen en fonction du nombre de Taylor.

Figure 3. Évolution du nombre d'onde en fonction du nombre de Taylor.

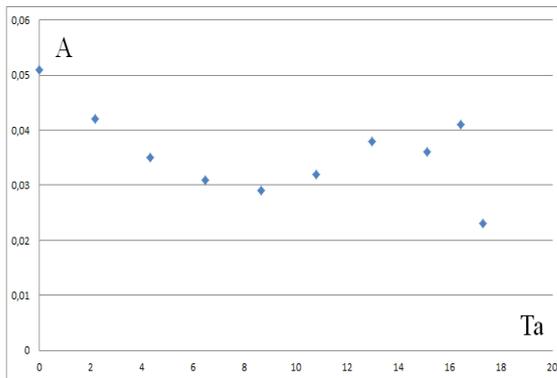


Figure 4. Amplitude moyenne du motif en fonction du nombre de Taylor.

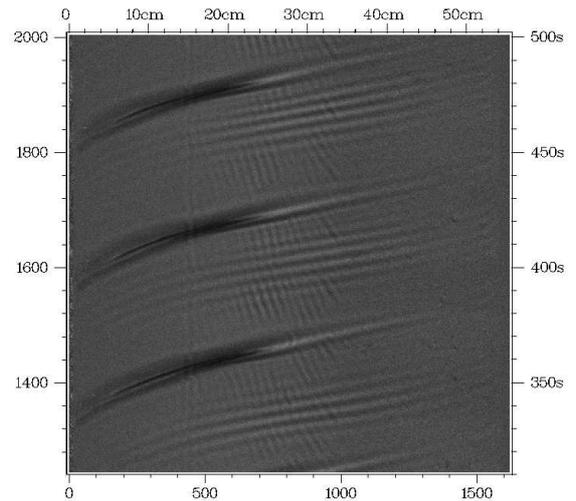


Figure 5. Diagramme spatio-temporel montrant les trois motifs, la spirale solitaire est le motif le plus intense, la spirale modulé a la même orientation et on distingue les rouleaux axisymétrique qui croisent la spirale modulée ($Gr=9000$, $Ta=17$)

pour obtenir un régime irrégulier de spirales emplissant tout le système et comportant de nombreuses dislocations.

4 Conclusion

Nous avons étudié les effets d'une faible rotation du cylindre intérieur sur l'instabilité de la cellule convective produite entre deux cylindres coaxiaux maintenus à des températures différentes. Les rouleaux axisymétriques présents pour un nombre de Grashof supérieur à $Gr_c = 8000$ et en l'absence de rotation sont faiblement perturbés par l'écoulement horizontal. Au dessus d'un nombre de Taylor critique $Ta_c = 17$

d'autres instabilités, d'une autre nature, apparaissent sous forme de spirales. Ce scénario est en fort contraste avec ce qu'il se passe sur l'autre branche du diagramme de bifurcation, lorsque l'on ajoute un faible gradient de température au système alors que les rouleaux de Taylor sont présents. Ceux-ci passent continument des rouleaux axisymétriques à des spirales sous l'effet d'un gradient de température croissant [4]. Un nouveau type d'instabilité a été découvert, celle-ci entraîne dans la plupart des cas de grandes irrégularités dans le système mais il a été trouvé des points $Gr - Ta$ où le motif est régulier. Les propriétés de ces régimes vont être étudiées de façon approfondie par une technique de PIV et thermographie par cristaux liquide encapsulés [12].

Références

1. G. I. TAYLOR, Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, **223**, 289-343 (1923)
2. C. D. ANDERECK, S. S. LIU & H. L. SWINNEY, Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, **164**, 155-183 (1986)
3. H. A. SNYDER & S. K. F. KARLSSON, Experiments on the stability of Couette motion with a radial thermal gradient, *Physics of Fluids*, **7**, 1696-1706 (1964)
4. V. LEPILLER, A. PRIGENT & I. MUTABAZI, Influence d'un gradient de température sur la stabilité des rouleaux de Taylor, *Comptes Rendus des Rencontres du Non-Linéaire*, **9**, 173-178 (2006)
5. M. E. ALI & G. B. MCFADDEN, Linear stability of cylindrical Couette flow in the convection regime, *Physics of Fluids*, **17**, 054112 (2005)
6. D.-C. KUO & K. S. BALLN Taylor-Couette flow with buoyancy : Onset of spiral flow, *Physics of Fluids*, **9**, 2872 (1997)
7. R. GUILLERM, A. PRIGENT & I. MUTABAZI, Ondes modulées dans le système de Couette-Taylor soumis à un fort gradient radial de température, *Comptes Rendus des Rencontres du Non-Linéaire*, **13**, 79-84 (2010)
8. J. W. ELDER, Laminar free convection in a vertical slot, *Journal of Fluid Mechanics*, **23**, 77-98 (1965)
9. G. B. MCFADDEN, S. R. CORIELL, R. F. BOISVERT & M. E. GLICKSMAN, Asymmetric instabilities in buoyancy-driven flow in a tall vertical annulus, *Physics of Fluids*, **27**, 1359-1361 (1984)
10. M. A. DOMINGUEZ-LERMA, G. AHLERS & D. S. CANNELL, Motions of anisotropic particles : Application to visualization of three-dimensional flows, *Physics of Fluids*, **28**, 1204-1206 (1985)
11. I. G. CHOI & S. A. KORPELA, Stability of a conduction regime of natural convection in a tall vertical annulus, *Journal of Fluid Mechanics*, **99**, 725-738 (1980)
12. R. GUILLERM, *Étude expérimentale des instabilités thermo-hydrodynamiques dans un système de Couette-Taylor*, Thèse de l'Université du Havre (2010)