

# Microcavité non linéaire sous contrôle cohérent

Jérémy Oden, Stéphane Trebaol, & Nicolas Dubreuil

Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, CNRS, Univ Paris Sud, 2 Avenue Augustin Fresnel, 91127 Palaiseau cedex  
 nicolas.dubreuil@institutoptique.fr

**Résumé.** Les microcavités non linéaires, dont les applications sont très variées en raison de leur haut facteur de confinement du champ, ont permis d'abaisser significativement les puissances de commande de composants pour le traitement tout optique du signal. Cependant, les effets non linéaires induisent un désaccord entre la fréquence de résonance de la cavité et le signal d'excitation, ce qui limite, par un phénomène de battements, l'énergie couplée dans le résonateur. Nous proposons ici une méthode, basée sur un contrôle de la relation temps-fréquence de l'impulsion d'entrée, permettant d'augmenter l'énergie couplée dans une microcavité semi-conductrice.

**Abstract.** Nonlinear microcavities have lead, thanks to their high confinement factor, to low-threshold signal processing devices. However, while an input pulse is being coupled, the nonlinearities are inducing a mismatch between the resonance and the pulse frequencies. This leads to a ringing phenomenon and reduces the energy that can be coupled inside the resonator. We propose a method based on a control of the time-frequency relation of the input pulse and show that it can be used to enhance the enenergy coupled inside a semiconductor microcavity.

## 1 Introduction

Les microcavités permettent d'exalter l'interaction lumière-matière grâce à un confinement important du champ électromagnétique. En termes d'applications, cela a permis de développer des composants pour le traitement optique du signal, la réalisation de fonctions logiques, etc. Cependant, le renforcement du champ, accompagné d'une exaltation des non-linéarités, conduit inévitablement à une augmentation des pertes non linéaires ainsi qu'à une variation de l'indice de réfraction de la cavité. Cette variation d'indice modifie la fréquence de résonance, ce qui introduit, au cours de l'excitation, un désaccord dynamique entre les fréquences du signal incident et de la résonance. Il apparaît alors un phénomène de battements [1] qui limite la quantité d'énergie couplée.

Cependant, et à l'instar de l'excitation en régime cohérent de transitions atomiques ou moléculaires [2], l'efficacité de couplage d'une impulsion lumineuse dans une résonance de microcavité doit pouvoir être améliorée en contrôlant la relation temps-fréquence de l'impulsion. En particulier, Sandhu *et al.* [3] ont démontré théoriquement un abaissement du seuil de bistabilité optique en régime transitoire dans une cavité incluant une non-linéarité de type Kerr optique. Dans ce cas précis, la phase du signal d'excitation compense la dispersion de la résonance.

Nous étudions le cas d'une microcavité semi-conductrice dont les non-linéarités prédominantes sont : l'effet Kerr optique, l'absorption à deux photons (TPA), la réfraction (FCR) et l'absorption (FCA) par les porteurs libres générés par l'absorption à deux photons. Nous avons utilisé le modèle des modes couplés [4] qui inclut les effets non linéaires précédemment cités [5]. Dans un premier temps, nous démontrons qu'un contrôle cohérent judicieusement choisi permet effectivement d'augmenter la quantité d'énergie couplée dans la cavité. Par la suite, un dispositif expérimental pour réaliser le contrôle cohérent est proposé. Notre objectif étant, à terme, de pouvoir contrôler la dynamique du champ intra-cavité.

## 2 Modélisation et étude de la dynamique d'une microcavité non linéaire

Le système que nous étudions est un système modèle d'une microcavité semi-conductrice couplée à un guide d'accès. La constante  $\tau_0$  représente le temps de vie intrinsèque des photons dans la cavité, lié

aux pertes, et  $\tau_e$  un temps de vie extrinsèque, lié au couplage avec le guide d'accès. La durée de vie totale des photons dans la cavité  $\tau/2$  est définie par la relation  $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_0}$ . L'amplitude du mode est notée  $u(t)$  et est normalisée de sorte que  $|u|^2$  représente l'évolution temporelle de l'énergie dans la cavité. Pour une cavité linéaire, l'équation régissant la dynamique du champ intra-cavité s'écrit [4] :

$$\frac{du}{dt} = i\omega_{\text{res0}} u(t) - \frac{1}{\tau} u(t) + \sqrt{\frac{1}{\tau_e}} s_{\text{incidente}}(t), \quad (1)$$

où  $\omega_{\text{res0}}$  représente la pulsation associée à la résonance de la cavité et  $|s_{\text{incidente}}|^2$  la puissance instantanée de l'impulsion d'entrée. Afin d'optimiser le couplage d'une impulsion dans une cavité linéaire, il est nécessaire d'adapter la largeur spectrale de l'impulsion de sorte que celle-ci soit inférieure à celle de la résonance. Cela revient, dans le domaine temporel, à choisir une impulsion dont la durée est supérieure à  $\tau$ .

Nous souhaitons compléter notre modèle afin d'y inclure les différentes non-linéarités. À cet effet, nous modifions l'équation 1 pour y introduire les effets non linéaires qui agissent à la fois sur l'indice de réfraction et les pertes dans la cavité.

Les pertes non linéaires, induites par TPA et FCA, sont introduites sous la forme d'un temps de vie  $\tau_{\text{NL}}(u)$  tel que  $\frac{1}{\tau_{\text{NL}}(u)} = \frac{1}{\tau_{\text{TPA}}(u)} + \frac{1}{\tau_{\text{FCA}}(u)}$ , avec [5] :

$$\frac{1}{\tau_{\text{TPA}}(u)} = \frac{\beta_{\text{TPA}} c^2}{2n_0^2 V} |u|^2, \quad \frac{1}{\tau_{\text{FCA}}(u)} = \frac{\sigma_a c}{2n_0} N(t), \quad (2)$$

où  $\beta_{\text{TPA}}$  est le coefficient d'absorption à deux photons,  $n_0$  l'indice de réfraction du matériau,  $c$  la célérité de la lumière,  $V$  le volume de la cavité<sup>1</sup>,  $\sigma_a$  est la section efficace d'absorption par unité de densité de porteurs et  $N(t)$  la densité de porteurs générés par l'absorption à deux photons :

$$N(t) \simeq \int_{-\infty}^t \frac{\beta_{\text{TPA}}}{2\hbar\omega} \left( \frac{c|u(\xi)|^2}{n_0 V} \right)^2 d\xi, \quad (3)$$

où le temps de recombinaison des porteurs est supposé long devant la durée de l'impulsion et le temps de vie des photons dans la cavité [6].

Les variations dynamiques de l'indice de réfraction  $\frac{\Delta n(t)}{n_0}$  se répercutent sur la valeur de la pulsation de la résonance :

$$\frac{\Delta\omega_{\text{res}}(t)}{\omega_{\text{res0}}} = -\frac{\Delta n(t)}{n_0} = -\frac{n_2 c}{n_0^2 V} |u|^2 - \frac{\sigma_r}{n_0} N(t), \quad (4)$$

où le premier terme du membre de droite correspond à l'effet Kerr et le second à la réfraction des porteurs libres. Dans cette équation,  $n_2$  est le coefficient Kerr et  $\sigma_r$  correspond à un volume efficace de réfraction par unité de densité de porteurs.

Le modèle complet, tenant compte des non-linéarités, est décrit par l'équation :

$$\frac{du}{dt} = i\omega_{\text{res0}} \left( 1 + \frac{\Delta\omega_{\text{res}}(t)}{\omega_{\text{res0}}} \right) u(t) - \left( \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{\text{NL}}(u)} \right) u(t) + \sqrt{\frac{1}{\tau_e}} s_{\text{incidente}}(t). \quad (5)$$

Outre les pertes non linéaires qui réduisent la durée de vie des photons dans la cavité, les variations d'indice introduisent un désaccord fréquentiel entre l'impulsion d'entrée et la résonance. La quantité d'énergie couplée dans la cavité est alors réduite. Pour illustrer cet effet, nous écrivons, à partir de l'équation 5, l'évolution temporelle de l'énergie du mode :

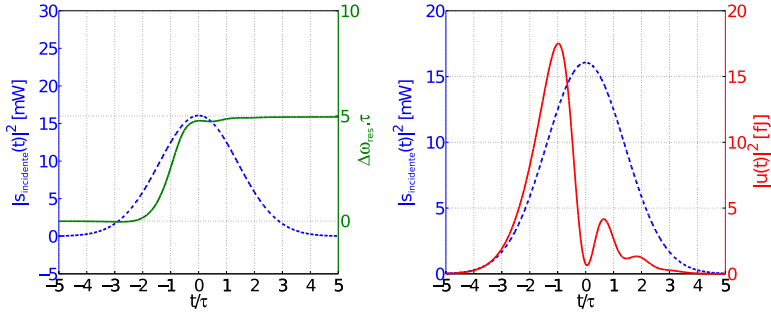
$$\frac{d|u|^2}{dt} + 2 \left( \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{\text{NL}}(u)} \right) |u(t)|^2 = 2\sqrt{\frac{2}{\tau_e}} |u(t)| \cdot |s_{\text{incidente}}(t)| \cdot \cos[\phi_u(t) - \phi_{in}(t)], \quad (6)$$

1. Nous définissons les volumes non linéaires de l'effet Kerr, TPA et FCR comme étant égaux à  $V$ .

où  $\phi_u(t) = \arg[u(t)]$  est le terme d'auto-modulation de phase associé au champ intra-cavité, et  $\phi_{in}(t) = \arg[s_{incidente}(t)]$ , la phase instantanée de l'impulsion d'entrée. Cette équation peut-être vue comme le filtrage passe-bas (membre de gauche) d'un terme source (membre de droite) qui décrit le battement entre le champ incident et le champ intra-cavité. Les effets non linéaires réfractifs (Kerr et FCR) contribuent à augmenter la fréquence des battements, celle-ci finit alors par se trouver hors de la bande passant de la cavité. En imposant une phase  $\phi_{in}(t)$  donnée à l'impulsion d'entrée, il est possible de compenser la phase  $\phi_u(t)$  et donc de réduire la fréquence de battement du terme source pour que celle-ci soit dans la bande passante de la cavité. À cet effet, nous proposons de réaliser un contrôle de la phase de l'impulsion d'entrée.

### 3 Contrôle cohérent d'une microcavité

Nous étudions le cas d'une microcavité en GaAs à la longueur d'onde de  $1,55 \mu\text{m}$ , pour laquelle l'énergie d'un photon est de  $0,8 \text{ eV}$  et peut induire un phénomène d'absorption à deux photons car l'énergie de gap du GaAs est de  $1,43 \text{ eV}$ . L'effet de l'accumulation de porteurs libres générés par TPA étant bien supérieur à l'action de l'effet Kerr et compte de tenu du signe de  $\sigma_r$  ( $\sigma_r < 0$ ), la résonance se décale vers le bleu, au cours de l'excitation. Dans le cas d'une excitation de forme gaussienne, cette variation est approximativement décrite par une fonction erreur (équation 3 et référence [6]), comme l'illustre la figure 1a qui représente l'évolution de la fréquence de résonance de la cavité (en vert) lors d'une excitation de forme gaussienne. Cette dérive en fréquence fait osciller l'énergie intra-cavité, comme le montre la figure 1b (courbe en rouge).



**Figure 1.** (a) Simulation numérique de l'évolution temporelle de la fréquence de résonance d'une cavité en GaAs (dont les paramètres sont donnés dans le tableau 1), courbe en vert, excitée par une impulsion de forme gaussienne limitée par transformée de Fourier (courbe en pointillés bleus), (b) évolution temporelle de l'énergie intra-cavité pour cette même excitation (courbe en rouge).

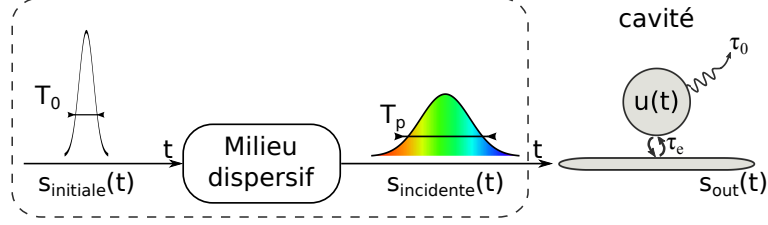
Nous décidons alors, à l'instar du contrôle cohérent appliqué à l'excitation de transitions atomiques, de réaliser une mise en phase de l'impulsion d'entrée en lui imposant une fréquence  $\Delta\omega_{in}(t)$  qui varie linéairement en fonction du temps (chirp linéaire). Une première impulsion de fréquence  $\omega_0$   $s_{initiale}(t) = \sqrt{P_0} \exp\left[-\frac{t^2}{T_0^2}\right] e^{i(\omega_{res0} + \delta\omega)t}$ , où  $\delta\omega = \omega_0 - \omega_{res0}$  est le décalage initial entre la fréquence de l'impulsion et celle de la résonance, est injectée dans un milieu dispersif à l'ordre deux, comme l'illustre la figure 2. L'impulsion  $s_{incidente}(t)$  obtenue en sortie de ce milieu peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$s_{incidente}(t) = \sqrt{\frac{T_0}{T_p}} P_0 \exp\left[-\frac{t^2}{2T_p^2} + i\frac{1}{2}\alpha t^2\right] e^{i(\omega_{res0} + \delta\omega)t}, \quad (7)$$

où  $T_p$  et  $\alpha$  sont liés à la dispersion à l'ordre deux  $\phi'' = \left.\frac{d\phi}{d\omega}\right|_{\omega_0}$  :

$$T_p = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\phi''}{T_0^2}\right)^2}, \quad \alpha = \frac{\phi''}{T_0^4 + \phi''^2}. \quad (8)$$

Lorsque l'impulsion est fortement dispersée, nous avons  $T_p \approx |\phi''|/T_0$  et  $\alpha \approx 1/\phi''$ .



**Figure 2.** Schéma de principe du dispositif permettant d'introduire une dispersion sur une impulsion limitée par transformée de Fourier.

La condition requise pour optimiser l'énergie intra-cavité est  $\phi_{in}(t) = \phi_u(t)$ , soit  $\Delta\omega_{in}(t) = \Delta\omega_{res}(t)$ , avec  $\Delta\omega_{in}(t)$  la fréquence instantanée de l'impulsion  $s_{incidente}(t)$ , donnée par  $\Delta\omega_{in}(t) = \alpha t + \omega_{res0} + \delta\omega$ . Il est alors nécessaire de rechercher les paramètres  $\alpha$  et  $\delta\omega$  qui minimisent l'écart  $\Delta\omega_{in}(t) - \Delta\omega_{res}(t)$ . Nous ne pouvons déterminer *a priori* le décalage en fréquence de la résonance car, comme le montre l'équation 4, celui-ci dépend à la fois de la puissance d'entrée et de la durée de l'impulsion. C'est pourquoi nous fixons la durée  $T_0 = \tau/10$  et la puissance crête  $P_0 = 0,32$  mW de l'impulsion  $s_{initiale}(t)$  qui entre dans le milieu dispersif. De plus, nous considérons une cavité en GaAs dont les paramètres structuraux sont donnés dans le tableau 1.

**Table 1.** Valeurs numériques des paramètres utilisés pour la simulation d'une microcavité en GaAs. Les valeurs numériques liées aux paramètres du GaAs sont extraites de [7].

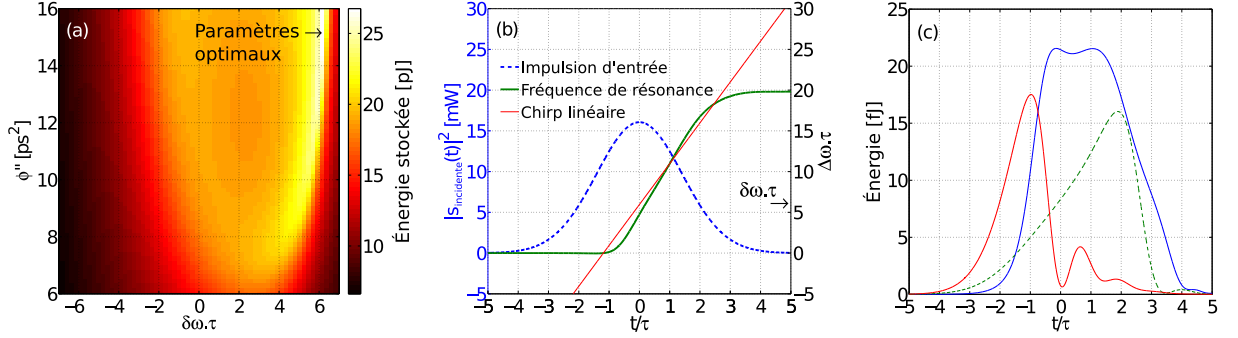
| Paramètre     | Valeur                                    | Description  |
|---------------|---|--|
| $L$           | $3,32 \mu\text{m}$                        | Longueur de la cavité  |
| $S_{eff}$     | $300 \times 300 \text{ nm}^2$             | Surface effective du mode                                      |
| $V$           | $0,3 \mu\text{m}^3$                       | Volume de la cavité ( $S_{eff} \times L$ )                     |
| $\tau_0$      | $14,9 \text{ ps}$                         | Temps de vie intrinsèque                                       |
| $\tau_e$      | $74,6 \text{ ps}$                         | Temps de vie extrinsèque                                       |
| $\tau$        | $12,43 \text{ ps}$                        | Temps de vie extrinsèque                                       |
| $n_0$         | $3,37$                                    | Indice de réfraction du GaAs                                   |
| $n_2$         | $1,6 \cdot 10^{-17} \text{ m}^2/\text{W}$ | Coefficient Kerr du GaAs                                       |
| $\beta_{TPA}$ | $10,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}/\text{W}$  | Coefficient d'absorption à deux photons                        |
| $\sigma_r$    | $-7 \cdot 10^{-27}$                       | Volume efficace de réfraction par unité de densité de porteurs |
| $\sigma_a$    | $3,7 \cdot 10^{-22} \text{ m}^2$          | Section efficace d'absorption par unité de densité de porteurs |

Pour différentes valeurs de  $\delta\omega$  et  $\phi''$  nous traçons l'énergie stockée dans la cavité, définie par :

$$\mathcal{E}_{stockée} = \frac{1}{\tau_R} \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)|^2 dt, \quad (9)$$

où  $\tau_R = \frac{n_0 L}{c}$  représente le temps d'un aller-retour dans la cavité ; tout en respectant la condition  $T_p > \tau$  afin de ne pas être en régime transitoire. Le résultat de la simulation numérique est présenté sur la figure 3a sur laquelle l'énergie stockée a été tracée en fonction de  $\delta\omega$  et  $\phi''$ .

La recherche des paramètres  $\alpha$  et  $\delta\omega$  optimaux donne le couple de valeurs suivant :  $\alpha = 15,37 \text{ ps}^2$  et  $\delta\omega \cdot \tau = 6,1$ . Nous obtenons ainsi  $T_p \approx 2\tau$ , ce qui garantit une excitation en régime non transitoire. Ces paramètres donnent une très bonne approximation de la dérive de la résonance, comme en témoigne la



**Figure 3.** (a) Énergie stockée en fonction de  $\delta\omega$  et  $\phi''$ , (b) impulsion d'entrée (pointillés bleus), fréquence instantanée de la résonance (en vert) et fréquence instantanée de l'impulsion d'entrée  $s_{\text{incidente}}(t)$  (en rouge), (c) comparaison de l'évolution de l'énergie intra-cavité, pour une impulsion limitée par transformée de Fourier  $s_{\text{FT}}(t)$  avec  $\delta\omega = 0$ , en rouge, puis avec  $\delta\omega$  optimisé, en vert, et une impulsion chirpée linéairement  $s_{\text{incidente}}(t)$ , en bleu.

figure 3b qui représente l'impulsion  $s_{\text{incidente}}(t)$  en pointillés bleus, l'évolution temporelle de la résonance  $\Delta\omega_{\text{res}}(t)$  en vert et celle de la fréquence instantanée  $\Delta\omega_{\text{in}}(t)$  de l'onde incidente, en rouge.

Nous souhaitons comparer la réponse à l'excitation cohérente à une excitation classique, c'est-à-dire par une impulsion limitée par transformée de Fourier. Une impulsion  $s_{\text{FT}}(t)$ , limitée par transformée de Fourier, de durée  $T_p$ , dont l'énergie est la même que l'impulsion  $s_{\text{incidente}}(t)$  et dont le décalage initial par rapport à la résonance  $\delta\omega$  a été optimisé numériquement, est injectée dans la cavité. La réponse obtenue est présentée par la figure 3c, courbe en pointillés verts. Cette réponse est alors comparée à la réponse de l'excitation cohérente  $s_{\text{incidente}}(t)$ , courbe bleue. Nous constatons que l'énergie stockée dans le cas de l'excitation cohérente est 75% plus importante. Nous remarquons également que l'énergie stockée par une excitation cohérente est augmentée de 243% comparée à l'impulsion  $s_{\text{FT}}(t)$  dont le décalage initial par rapport à la résonance est nul. L'évolution du champ intra-cavité pour une telle excitation est montrée par la figure 3c, courbe en rouge.

## 4 Étude de la mise en phase des impulsions

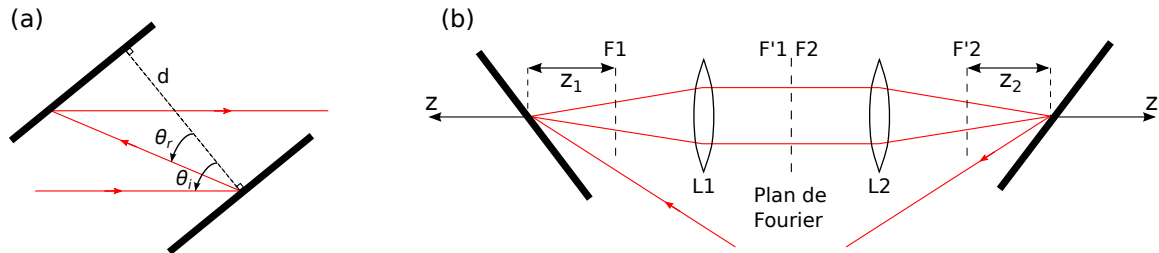
Nous souhaitons concevoir un dispositif permettant d'exciter de manière cohérente une microcavité en GaAs. Un oscillateur paramétrique optique [8] accordable en longueur d'onde nous permet d'obtenir des impulsions picosecondes limitées par transformée de Fourier. Notre objectif est donc de réaliser le système de mise en phase de l'impulsion, tel qu'il est décrit Fig. 2. E.B. Treacy [9] propose un montage formé d'une paire de réseaux de diffraction, schématisé sur la figure 4a. La dispersion obtenue, qui trouve son origine dans la dispersion angulaire introduite par les réseaux, est anormale ( $\phi'' < 0$ ). Or, dans notre cas, la dispersion chromatique de l'impulsion doit être normale. En effet, au cours de l'excitation, la résonance se décale vers les fréquences plus élevées, comme en témoigne l'équation 4. L'obtention d'une dispersion normale à l'aide de réseaux de diffraction a été démontrée par O. Martinez [10].

La figure 4b présente le schéma de principe du dispositif proposé. Un système afocal est inséré entre les deux réseaux de diffraction. L'impulsion subit alors une dispersion donnée par

$$\phi'' = \frac{-\lambda_0^3(z_1 + Mz_2)}{2\pi c^2 \Lambda^2 [1 - (\lambda_0/\Lambda - \sin^2(\theta_i))]^{3/2}}, \quad (10)$$

où  $M$  est le grossissement du système,  $\lambda_0$  la longueur d'onde centrale de l'impulsion d'entrée,  $\theta_i$  l'angle d'incidence sur les réseaux et  $\Lambda$  le pas du réseau. Les distances  $z_1$  et  $z_2$  sont relatives aux plans focaux des lentilles, elles peuvent donc être négatives lorsque les réseaux sont placés avant les plans focaux, cela permet de changer le signe de la dispersion.

Le contrôle cohérent est relativement simple à mettre en œuvre et le dispositif expérimental qui en résulte est assez compact. De plus, le caractère évolutif d'un tel système est très intéressant, en effet, nous



**Figure 4.** (a) Paire de réseaux induisant une dispersion anormale, (b) utilisation du système afocal afin de changer le signe de la dispersion chromatique.

pouvons parfaitement imaginer une ligne 4-F, dont la dispersion est nulle (réseaux placés dans les plans focaux des lentilles) [2], avec en son plan de Fourier, un modulateur spatial de lumière qui permettrait ainsi de donner une phase quelconque à l'impulsion. Cela rendrait le système beaucoup plus souple et permettrait, par exemple, d'envisager un contrôle actif de l'excitation.

## 5 Conclusion

Après avoir mis en évidence l'impact des effets non linéaires sur l'efficacité de couplage de la lumière dans une microcavité, nous avons cherché à développer une méthode permettant d'augmenter la quantité d'énergie couplée dans une microcavité semi-conductrice. Ainsi, nous avons pu démontrer qu'un contrôle adapté de la relation temps-fréquence de l'excitation permet effectivement d'augmenter l'énergie stockée dans la cavité. Nous proposons également un dispositif expérimental afin de réaliser ce contrôle. Celui-ci présente l'avantage d'être souple et évolutif. Il pourrait permettre de contrôler de façon rétroactive la dynamique d'un champ électromagnétique circulant dans une microcavité, et trouverait potentiellement des applications en traitement tout optique du signal.

## Références

1. Z. K. IOANNIDIS, P. M. RADMORE & I. P. GILES, Dynamic response of an all-fiber ring resonator, *Optics Letters*, **13**, 422 (1988)
2. A. M. WEINER, Femtosecond pulse shaping using spatial light modulators, *Review of Scientific Instruments*, **71** (5), 1929 (2000)
3. S. SANDHU, M. POVINELLI & S. FAN, Enhancing optical switching with coherent control, *Applied Physics Letters*, **96**, 231108 (2010)
4. H. A. HAUS, *Waves and fields in optoelectronics*, Prentice-Hall (1984)
5. P. BARCLAY, K. SRINIVASAN & O. PAINTER, Nonlinear response of silicon photonic crystal microresonators excited via an integrated waveguide and fiber taper, *Optics Express*, **13** (3), 801 (2005)
6. A. BARON, N. DUBREUIL, P. DELAYE, R. FREY & G. P. AGRAWAL, Raman amplification of optical pulses in silicon nanowaveguides : Impact of spectral broadening of pump pulses, *Journal of the European Optical Society*, **6**, 11030 (2011)
7. A. DE ROSSI, M. LAURITANO, S. COMBRIÉ, Q. V. TRAN & C. HUSKO, Interplay of plasma-induced and fast thermal nonlinearities in a GaAs-based photonic crystal nanocavity, *Physical Review A*, **79**(4), 043818 (2009)
8. A. RYASNYANSKIY, N. DUBREUIL, PH. DELAYE, R. FREY, G. ROOSEN, Fourier transformed picosecond synchronously pumped optical parametric oscillator without spectral filtering element, *Journal of the European Optical Society*, **3**, 08037 (2008)
9. E. B. TREACY, Optical pulse compression with diffraction gratings, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **5**, 454, (1969)
10. O. MARTINEZ, 3000 times grating compressor with positive group velocity dispersion : Application to fiber compensation in 1.3-1.6  $\mu\text{m}$  region, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **23**, 59 (1987)