

Dynamique lente de particules matérielles dans un écoulement de von Kármán

N. Machicoane¹, L. Fiabane¹, R. Zimmermann¹, M. Bourgoin², J.-F. Pinton¹ & R. Volk¹

¹ Laboratoire de Physique - ENS Lyon - 46, allée d'Italie, 69007 Lyon.

² Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels, CNRS, UJF INPG, 38041 Grenoble.

nathanael.machicoane@ens-lyon.fr

Résumé. Nous étudions la dynamique aux temps longs de grosses particules dans un écoulement de von Kármán, produisant une turbulence inhomogène et anisotrope. Les particules ont des tailles légèrement inférieures à l'échelle intégrale de l'écoulement, leur densité est légèrement supérieure à celle du fluide, et nous suivons leurs positions dans tout le volume. L'étude de leurs statistiques lagrangiennes a permis de mettre en évidence un phénomène nouveau : si les petites particules explorent l'écoulement de façon homogène, les particules excédant une certaine taille explorent l'écoulement de façon hétérogène. En effet, les grosses particules ont tendance à être piégées dans les grandes structures de l'écoulement, au voisinage des disques, et ont une faible probabilité de visiter le centre. Cette exploration préférentielle modifie profondément leur dynamique : l'aller-retour des particules entre les zones préférentielles se traduit par l'apparition d'une loi de puissance dans leurs spectres de position. Ces caractéristiques dynamiques sont reproduites par un modèle stochastique à une dimension simulant le mouvement d'une particule sur-amortie, piégée dans un double puits de potentiel et soumise à un bruit à corrélations exponentielles.

Abstract. We study the dynamics of large particles in a von Kármán flow, creating an inhomogeneous and anisotropic turbulence. The particles sizes are slightly below the integral length scale, their density is slightly above the fluid's, and we track their positions in the whole volume. The study of their Lagrangian statistics sheds lights on a new phenomenon: when the small particles sample the flow homogeneously, the particles above a certain size sample the flow inhomogeneously. The larger particles tend to be trapped in the large scales of the flow, near the disks, and have a small probability of visiting the center. This sampling effect deeply affects the dynamics: the particles comings and goings between the preferential areas give way to a power law in their position power spectra. These dynamics behaviours can be observed in a stochastic one-dimensional model simulating the motion of an overdamped particle trapped in a double-well potential, animated by a noise with exponential correlations.

1 Introduction

La dynamique de particules matérielles dans un écoulement turbulent est un problème complexe que l'on retrouve aussi bien dans la nature que dans les procédés industriels : transport de pierres ou sédiments par une rivière, effet du vent sur un ballon météorologique ou zones de l'écoulement visitées par une particule solide se dissolvant dans un mélangeur industriel.

La turbulence est caractérisée par la présence d'une vaste gamme d'échelles spatiales et temporelles, qui rend sa description difficile. Dans le cas de particules transportées par un écoulement turbulent, dont la taille est plus grande que l'échelle de dissipation, l'interaction particule-écoulement est non linéaire et l'influence de la taille sur la dynamique aux temps longs des particules matérielles reste un problème ouvert. A ce jour, la dynamique des particules matérielles n'a été étudiée que dans le cas d'écoulements homogènes se focalisant sur les échelles les plus rapides du mouvement [3, 8, 9, 12].

Dans ce cadre, nous étudions la dynamique de particules sphériques dans un écoulement turbulent de von Kármán. Deux disques à pales droites tournent en contra-rotation dans une cellule cubique remplie d'eau, produisant un fort écoulement moyen composé de deux cellules contra-rotatives et de recirculations axiales (figure 1). L'écoulement est fortement anisotrope, n'est homogène que dans une petite région au centre de l'écoulement, et les fluctuations sont fortes (de l'ordre de 30 % de l'écoulement moyen). Nous

souhaitons étudier l'influence du nombre de Reynolds et de la taille des particules sur leur dynamique. La turbulence est pleinement développée aux fréquences de rotation utilisées. Les particules étudiées ont les diamètres suivants : $D = 6, 10, 18$ et 24 mm, et leur densité vaut $d = 1,14$ dans l'eau à 20°C . La taille des particules est légèrement inférieure à l'échelle intégrale $L_{\text{int}} = 3$ cm, et est très supérieure à l'échelle de Kolmogorov (tableau 1).

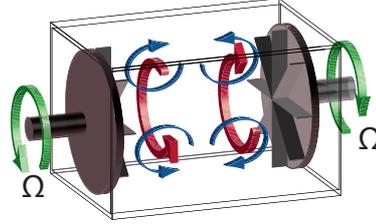


Figure 1. Schéma de l'écoulement moyen dans une cellule de von Kármán à section carrée, produit par deux disques tournant en contra-rotation. Les flèches rouges représentent les cellules contra-rotatives et les flèches bleues les recirculations méridiennes.

Ω (Hz)	u' ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	R_λ	ε ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$)	η (μm)	τ_η (ms)
2	0,23	290	0,48	38	1,4
3	0,35	410	1,68	28	0,8
4	0,46	505	4,03	22	0,5

Table 1. Paramètres de l'écoulement pour les différentes fréquences de rotation Ω . Nous définissons le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor $R_\lambda = (15u'^4/\nu\varepsilon)^{-1/2}$, où u' est la vitesse fluctuante et ν est la viscosité cinématique du fluide. ε est le taux de dissipation, estimé par une mesure de la puissance consommée, nous définissons $\tau_\eta = (\nu/\varepsilon)^{1/2}$ et $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ le temps et l'échelle de Kolmogorov.

Deux caméras rapides filment les particules dans deux plans perpendiculaires sur environ 80 % du volume de l'écoulement. Une fois les particules détectées, des algorithmes de *tracking* permettent d'obtenir les trajectoires lagrangiennes [13]. Pour étudier la dynamique des particules dans l'écoulement sur une grande gamme d'échelles de temps, nous réalisons des expériences en changeant les fréquences d'acquisition (5, 45 et 3000 Hz), ce qui permet de changer la durée moyenne des trajectoires. Afin d'assurer des trajectoires les plus longues possible, nous ne suivons qu'une particule à la fois.

2 Dynamique lente

2.1 Exploration préférentielle

Les petites particules de densité très différente de celle du fluide sont connues pour avoir une exploration préférentielle marquée, se regroupant dans les zones de forte vorticité ou de fort cisaillement en fonction de leur densité. Une étude récente [5] montre que l'effet diminue lorsque la taille augmente, dans la gamme $D/\eta \sim [4.5, 17]$, et est absent dans le cas des particules dont la densité est proche de celle du fluide. Cependant, aucune étude n'a été conduite pour des particules de tailles plus importantes, ou pour un écoulement ayant une structure moyenne. Dans notre cas, la densité des particules n'est que très légèrement supérieure à celle de l'eau, leur exploration de l'écoulement est donc *a priori* homogène, mais l'écoulement de notre dispositif expérimental possède une structure moyenne prépondérante. L'étude des trajectoires sur des durées longues a mis en évidence un phénomène nouveau. Les plus petites particules (6 mm) explorent l'écoulement de façon homogène, mais à partir d'une certaine taille (entre 6 et 10 mm), les particules explorent l'écoulement de façon très hétérogène. Ces grosses particules ($D > 6$ mm) ont une probabilité forte d'être au voisinage des disques.

Afin de caractériser cette exploration, nous nous intéressons aux densités de probabilité (PDF) de la position des particules. Comme le dispositif expérimental possède une symétrie de rotation, il est possible de se placer dans un plan (r, x) pour discuter la position des particules, x étant l'axe de rotation et r l'axe radial. La figure 2(a) présente la PDF à deux dimensions dans le plan (r, x) , obtenue après une intégration selon l'angle θ du repère cylindrique. La différence d'exploration de l'écoulement entre deux particules est clairement visible. Par ailleurs, nous notons que cette exploration hétérogène se fait essentiellement selon la direction de l'axe de rotation x . En effet, les PDF à une dimension, obtenue après une intégration selon r , capturent très bien cet effet. La transition vers l'exploration préférentielle quand le diamètre des particules augmente est très claire sur la figure 2(b). Pour les particules de 6 mm, la PDF est constante dans la majeure partie de l'écoulement (sur une zone d'environ 10 cm), nous notons uniquement une légère augmentation de la probabilité près des disques, qui est due au confinement. Dès 10 mm, les PDF se creusent au centre, et les régions les plus probables sont dans deux zones, d'environ 3 cm, proches des disques. En variant la vitesse de rotation des disques, il apparaît que l'exploration préférentielle ne dépend pas du nombre de Reynolds de l'écoulement.

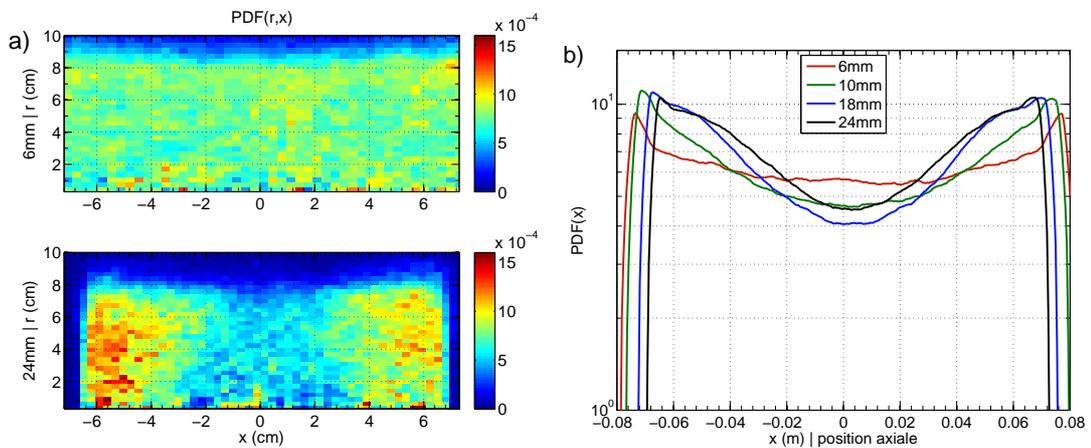


Figure 2. (a) Densités de probabilité de la position à deux dimensions (r, x) , après une intégration selon l'angle de rotation, pour des particules de 6 et 24 mm, à $R_\lambda = 500$. (b) Densités de probabilité de la position axiale, à $R_\lambda = 500$, pour les différents diamètres des particules.

2.2 Spectres de position

L'effet de l'exploration préférentielle sur la dynamique des grosses particules influe également sur les densités spectrales de puissance de la position axiale (figure 3). Les expériences à différentes fréquences d'échantillonnage ont permis de reconstituer des spectres sur une large gamme de fréquences. Pour les plus petites particules, les spectres présentent un plateau aux basses fréquences, dû au confinement des particules dans la cuve, suivi d'une loi de puissance d'exposant -4 . Cette pente, qui correspond à une pente -2 pour un spectre de la vitesse, est celle observée en turbulence homogène isotrope [7]. Aux plus hautes fréquences, cette pente s'accroît (-6) du fait d'un phénomène de coupure lié à la taille de la particule.

Pour les plus grosses particules, le plateau est suivi d'une pente de valeur $-1,5$ correspondant au mouvement de va-et-vient entre les deux cellules contra-rotatives, signature de l'exploration préférentielle. La pente -4 n'est pas observée, car elle est partiellement remplacée par la pente de l'exploration préférentielle suivie d'une pente -6 intervenant à des fréquences de plus en plus basses lorsque la taille augmente.

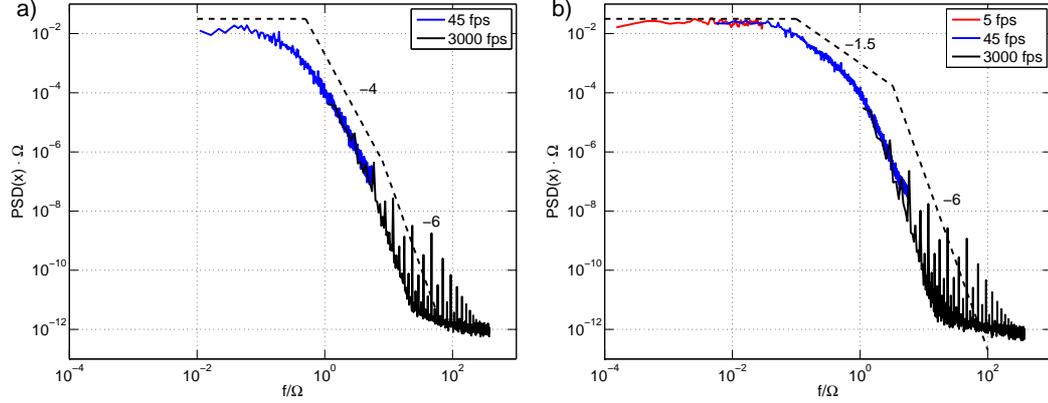


Figure 3. Densités spectrales de puissance de la position axiale d'une particule de 6 mm (a) et 18 mm (b), normalisées par la fréquence de rotation des disques.

2.3 Temps de résidence

La figure 4(a) est un exemple caractéristique de la dynamique des grosses particules. Nous constatons que la particule est piégée d'un côté de l'écoulement, puis, au bout d'un certain temps, elle fait une excursion vers le côté opposé, où elle est à nouveau piégée. L'excursion d'une cellule à l'autre est très brève et les grosses particules ne restent pas au centre du dispositif. Le piégeage des particules se fait par l'écoulement moyen à grande échelle et ce sont les fluctuations fortes que subissent les particules, quelle que soit leur taille, qui permettent les excursions.

Nous pouvons caractériser ce mouvement de va-et-vient des particules entre les deux cellules contra-rotatives par le temps de résidence, noté Δt , d'une particule d'un côté avant d'en changer. La distribution de ces temps suit la loi exponentielle suivante : $\text{PDF}(\Delta t) = 1/T_0 e^{-\Delta t/T_0}$, où T_0 vaut la valeur moyenne de Δt (figure 4(b)). La forme de ces distributions, qui est très similaire à celle d'une particule piégée dans un potentiel à deux puits [6], a également été observée dans différents systèmes présentant une bistabilité en régime turbulent [1, 2, 4].

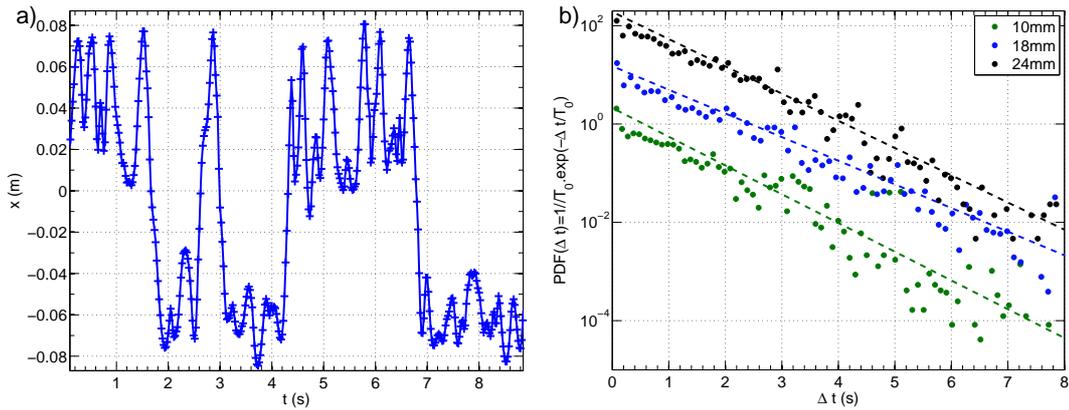


Figure 4. (a) Évolution temporelle de la position axiale d'une grosse particule de taille $D = 18$ mm. (b) Distribution des temps de résidence d'une particule pour des particules explorant préférentiellement l'écoulement. Les distributions sont multipliées successivement d'un facteur 10 pour faciliter la lecture.

3 Modèle de Langevin

3.1 Description

Nous simulons la dynamique d'une particule soumise à un potentiel V et un bruit w qui, dans le cas sur-amorti, prend la forme adimensionnelle [11] :

$$dx = -\frac{dV}{dx}dt + dw. \quad (1)$$

Le potentiel vérifie $V(x) = \delta(x^4 - x^2)$ pour $|x| < 1$ et $V(x) = 4(x^4 - x^2)$. Ainsi, la particule est confinée dans une boîte qui présente ou non une barrière de potentiel, selon la valeur de δ . En l'absence de confinement ($V = 0$), la particule n'est soumise qu'au bruit w et dx/dt s'identifie à la vitesse lagrangienne v . Pour notre cas, nous modélisons donc ce bruit tel que $dw = vdt$ où v possède les caractéristiques essentielles d'une vitesse turbulente lagrangienne : ses corrélations sont exponentielles et son spectre présente une loi de puissance d'exposant -2 à hautes fréquences [7]. Ces caractéristiques peuvent être obtenues par l'intégration d'une équation de Langevin, nous travaillons donc avec le système suivant :

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{dV}{dx} + v \quad \text{et} \quad dv = -\frac{vdt}{\tau_v} + \sqrt{\frac{2u^2}{\tau_v}}d\xi, \quad (2)$$

où τ_v est le temps de corrélation de la vitesse, u^2 sa variance et $\xi(t)$ un bruit blanc gaussien qui satisfait la relation $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \delta(t - t')$. Nous choisissons $\tau_v = 1$ et $u = 1$ afin d'obtenir une vitesse de variance unité pour toutes les simulations, δ est ainsi notre seul paramètre.

Ce type de modèle stochastique reproduit la dynamique aux temps longs de divers systèmes bistables, tel que le retournement du champ magnétique [2, 4] ou le renversement d'un écoulement turbulent [1, 10].

3.2 Résultats

En jouant sur l'influence du potentiel qui piège la particule autour de $x = \pm 1$ (paramètre δ), nous pouvons reproduire des PDF de position similaires à celles du dispositif expérimental (figure 5(a)).

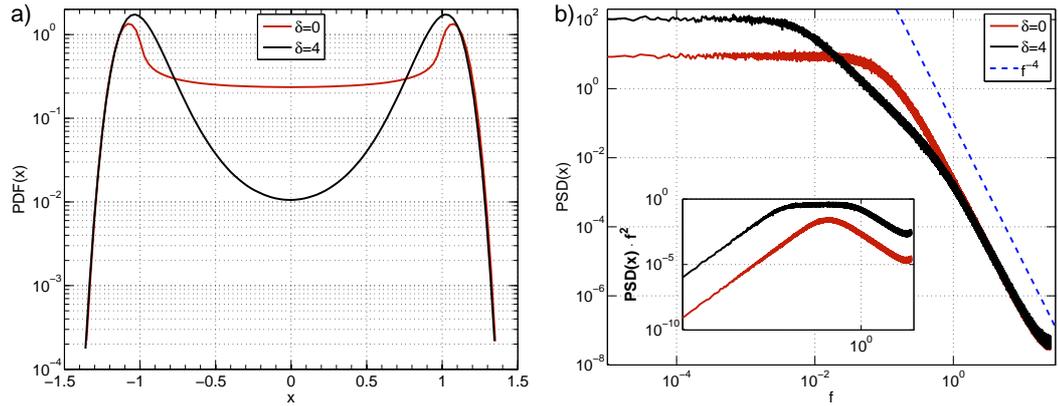


Figure 5. (a) PDF de position de particules simulées par le modèle. (b) Spectres de position pour $\delta = 0$ et $\delta = 4$. Dans l'encadré, les spectres sont compensés par f^2 et sont décalés (facteur 100) pour plus de visibilité.

De même, nous pouvons calculer les densités spectrales de la position (figure 5(b)). Les spectres sont très différents selon la présence ou non du double puits. Pour $\delta = 0$, la dynamique est très proche de celle des expériences : nous observons un plateau puis une transition lente vers une pente légèrement

supérieure à -4 . En présence d'un double puits, nous observons en plus une pente -2 (légèrement plus forte que pour les expériences) aux fréquences intermédiaires. Comme pour les expériences, le plateau correspond au confinement, tandis que la pente aux hautes fréquences vient de la turbulence.

Par ailleurs, les particules du modèle soumises au double puits présentent également des distributions de temps de présence dans les puits exponentielles.

4 Conclusion

L'étude de grosses particules dans un écoulement turbulent a mis en évidence le phénomène d'exploration préférentielle. À partir d'une certaine taille, les particules n'explorent plus l'écoulement de façon homogène. Cette exploration implique un mouvement de va-et-vient des particules, qui se traduit par l'apparition d'une loi de puissance d'exposant $-1,5$ aux fréquences intermédiaires des densités spectrales de puissance de la position axiale. Les temps de résidence dans une zone préférentielle avant une excursion vers l'autre zone suivent une distribution exponentielle. Un modèle simulant la dynamique d'une particule sur-amortie piégée dans un potentiel à deux puits, animée par un bruit coloré, reproduit qualitativement la dynamique due à l'exploration préférentielle. Ce modèle met en évidence la compétition entre le piégeage des grosses particules, dû à l'écoulement moyen à grande échelle, et le rôle des fluctuations turbulentes qui permettent aux particules d'effectuer des excursions entre les zones préférentielles. La sensibilité des particules aux échelles de l'écoulement inférieures à leur taille reste une question ouverte, nous ne pouvons donc pas conclure quant à l'éventuelle augmentation du piégeage avec la taille des particules. En revanche, les grosses particules sont connues pour subir des accélérations moins fortes, elles subissent donc des fluctuations moins fortes ou moins fréquentes. Ces deux effets conduisent à un piégeage plus fort lorsque le rapport D/L_{int} augmente.

Références

1. R. BENZI, Flow Reversal in a Simple Dynamical Model of Turbulence, *Physical Review Letters*, **95**, 024502 (2005).
2. M. BERHANU *et al.*, Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo, *Europhysics Letters*, **77**, 59001 (2007).
3. R. BROWN *et al.*, Acceleration Statistics of Neutrally Buoyant Spherical Particles in Intense Turbulence, *Physical Review Letters*, **103**, 13 (2009).
4. C. CONSTABLE, On rates of occurrence of geomagnetic reversals, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **118**, 181–193 (2000).
5. L. FIABANE *et al.*, Clustering of finite-size particles in turbulence, *Physical Review E*, **86**, 035301 (2012).
6. H. A. KRAMERS, Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions, *Physica*, **7**, 284–304 (1940).
7. N. MORDANT *et al.*, Measurement of Lagrangian Velocity in Fully Developed Turbulence, *Physical Review Letters*, **87**, 19–22 (2001).
8. N. QURESHI *et al.*, Turbulent Transport of Material Particles : An Experimental Study of Finite Size Effects, *Physical Review Letters*, **99**, 1 (2007).
9. N. QURESHI *et al.*, Acceleration statistics of inertial particles in turbulent flow, *The European Physical Journal B*, **66**, 531–536 (2008)
10. A. DE LA TORRE & J. BURGUETE, Slow Dynamics in a Turbulent von Kármán Swirling Flow, *Physical Review Letters*, **99**, 054101 (2007)
11. N. G. VAN KAMPEN, *Stochastic processes in physics and chemistry*, Elsevier (1981).
12. R. VOLK *et al.*, Acceleration of heavy and light particles in turbulence : Comparison between experiments and direct numerical simulations. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, **237**, 14–17 (2008).
13. R. ZIMMERMANN *et al.*, Rotational Intermittency and Turbulence Induced Lift Experienced by Large Particles in a Turbulent Flow, *Physical Review Letters*, **106**, 154501 (2011).