

# Spectres spatio-temporels d'un écoulement turbulent de von Kármán

Eric Herbert<sup>1</sup>, Brice Saint-Michel, François Daviaud, Bérangère Dubrulle, & Vincent Padilla

CEA Saclay IRAMIS/SPEC/SPHYNX, CNRS URA2464, 91191 Gif sur Yvette cedex  
eric.herbert@cea.fr

**Résumé.** Nous présentons une étude du spectre spatio-temporel d'un écoulement pleinement turbulent ( $Re > 10^5$ ) de von Kármán calculé à partir du champ de vitesse azimutal obtenu grâce à une PIV stéréoscopique. Nous montrons que la statistique disponible permet de mettre en évidence des structures de grande échelle dans l'écoulement et de caractériser leur géométrie. Nous rapportons également des estimations quantitatives de leurs échelles spatiales (radiale et axiale) et temporelles (vitesse et sens de rotation).

**Abstract.** We report the observation of the spatio-temporal spectrum of a fully turbulent ( $Re > 10^5$ ) von Kármán flow. Spectra are computed using the azimuthal velocity field obtained thanks to a stereoscopic PIV. We show that available statistics allows us to show the existence of large scale structures in the flow. We also report measurements of their spatial (radial and axial) and temporal scales (velocity and direction of rotation).

## 1 Introduction

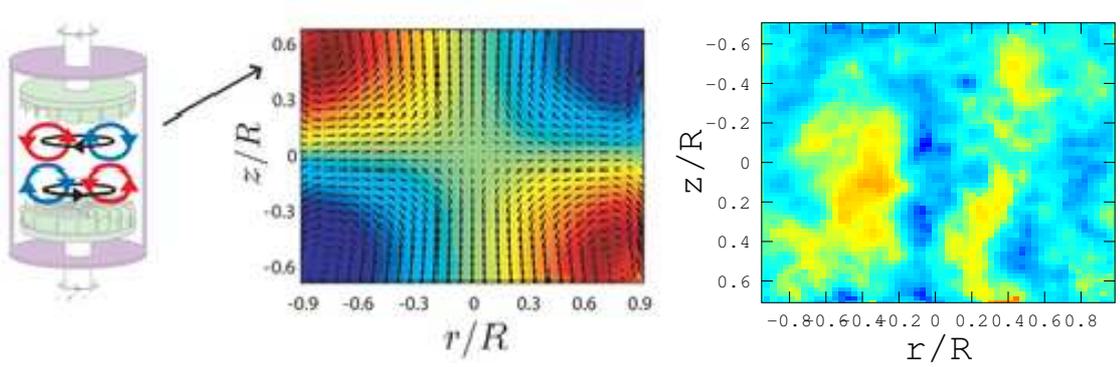
Dans le domaine de la turbulence hydrodynamique les études expérimentales sont généralement localisées en espace et résolues en temps contrairement aux prédictions théoriques et aux simulations numériques qui sont orientées vers l'espace de Fourier. La comparaison entre théorie et expérience est alors rendue possible en utilisant l'hypothèse de Taylor qui relie les échelles de temps et les échelles d'espace. Cela fait cependant plusieurs décennies que l'on mesure des spectres spatiaux à l'aide de plusieurs capteurs disposés sur une grille ou plus récemment grâce à la technique de Vélocimétrie par Image de Particule (PIV). Cette dernière a fortement amélioré la résolution spatiale bidimensionnelle de la mesure de la vitesse et donc celle du spectre bidimensionnel  $E(\mathbf{k})$ . Certaines études précoces utilisant des PIV particulièrement optimisées dans un écoulement turbulent ont obtenu un impressionnant nombre de pas de temps (par exemple 19200 images dans [1]) mais celles ci visaient la convergence statistique des vitesses mesurées plutôt que l'étude du spectre spatio-temporel. Pour un système expérimental plus classique, la composante fréquentielle restait difficile à atteindre en raison de la limitation du nombre de pas de temps accessible, typiquement quelques centaines d'images [2].

Avec l'amélioration des capacités de traitement informatique, des mesures du spectre spatio-temporel  $E(\mathbf{k}, \omega)$  dans le domaine de la turbulence d'ondes à la surface d'un liquide [3] ou d'une plaque [4] ont été obtenues récemment, grâce à des acquisitions de quelques milliers d'images.

En nous appuyant sur les résultats expérimentaux accumulés au laboratoire sur un écoulement turbulent de von Kármán, nous voulons montrer la faisabilité de l'accès simultané aux domaines fréquentiel et spatiaux en turbulence hydrodynamique à trois dimensions, c'est-à-dire de la détermination précise des spectres spatio-temporels  $E(\mathbf{k}, \omega)$  de chacune des composantes de la vitesse. Celles-ci sont obtenues grâce à une PIV stéréoscopique (les trois composantes de la vitesse sont mesurées dans un plan) permettant l'acquisition de séries temporelles suffisamment longues.

## 2 Spectre spatio-temporel dans un écoulement pleinement turbulent

Pour illustrer le potentiel de cette mesure, nous présentons les résultats obtenus dans un écoulement axisymétrique spécifique dit de von Kármán, généré par deux turbines contra-rotatives disposées l'une au



(a) Schéma de l'écoulement et champ de vitesse moyen

(b) Fluctuations de la vitesse azimutale

**Figure 1.** Schéma de la topologie (a) de l'écoulement turbulent de von Kármán lorsque  $Re = 800\,000$  et  $\theta = 0$  dont le champ de vitesse moyen correspondant est également représenté. Les flèches représentent la vitesse poloidale  $(\bar{u}_r, \bar{u}_z)$  tandis que les niveaux de couleurs (de bleu à rouge) représentent la vitesse azimutale (ou toroidale  $\bar{u}_\phi$ ). Les fluctuations de la vitesse azimutale  $u_\phi' = u_\phi - \bar{u}_\phi$  (b) sont représentée à un instant.

dessus de l'autre dans une cuve cylindrique (Fig. 1). Les dimensions de ce cylindre sont les suivantes : rayon  $R = 100$  mm et hauteur entre les turbines  $H = 180$  mm. Les turbines ont un diamètre de  $2R_t = 185$  mm sur lesquelles sont disposées 16 lames incurvées de 20 mm de hauteur. Celles ci sont mises en rotation par deux moteurs indépendants. On trouvera plus de détail sur l'expérience dans [5]. Les fréquences de rotation de chaque moteur sont respectivement  $f_1$  et  $f_2$ . La fréquence moyenne de rotation est donc  $f = (f_1 + f_2)/2$ . Ce dispositif expérimental possède la propriété d'être invariant selon la rotation  $\mathcal{R}_\pi$  le long de tous les axes radiaux passant par le milieu du cylindre. On peut briser cette symétrie à l'aide d'un forçage asymétrique dont on contrôle l'amplitude avec le paramètre  $\theta = (f_1 - f_2)/(f_1 + f_2)$

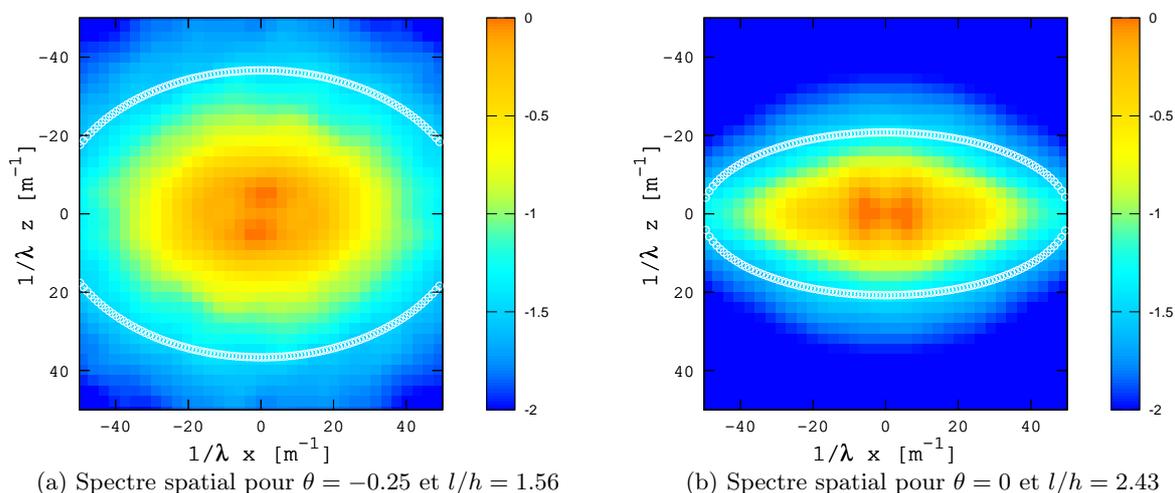
Lorsque  $\theta = \pm 1$  une des deux turbines est à l'arrêt. Au voisinage de  $\theta = 0$  l'écoulement est divisé en deux cellules de recirculations séparées par une couche de cisaillement. Lorsque  $f_1 = f_2$  et donc  $\theta = 0$  l'écoulement est en contra-rotation exacte et la couche de cisaillement est située à mi-distance entre les deux turbines. Lorsque  $|\theta|$  augmente celle ci se décale vers la turbine la plus lente jusqu'à l'atteindre. À ce moment l'écoulement n'est plus constitué que d'une seule cellule de recirculation.

Les turbines tournent à une fréquence comprise entre 1 et 10 Hz. Le sens de rotation est tel que la partie concave de chaque lame est en amont (défini comme le sens positif selon [5]). Le liquide est composé d'eau pure et par conséquent le nombre de Reynolds accessible ( $Re = 2\pi f R^2 \nu^{-1}$  avec  $\nu$  la viscosité cinématique) est compris dans la gamme  $10^5$  à  $10^6$ . Nous sommes donc toujours dans un régime de turbulence pleinement développée [6].

Les mesures de vitesse sont faites à l'aide d'une S-PIV (stereoscopic Particle Image Velocimetry) dans un plan méridien (Fig. 1). Nous disposons des trois composantes de la vitesse, radiale  $v_r(r, z)$ , verticale  $v_z(r, z)$  et azimutale  $v_\phi(r, z)$  sur une fenêtre contenant l'ensemble de l'écoulement et constituée de  $58 \times 63$  points ayant chacun une taille de 3 mm de côté. La mesure est reproduite avec une fréquence d'échantillonnage comprise entre 2 et 15 Hz. La longueur des séries temporelles est comprise entre 2400 et 4200 images. Les fluctuations de la vitesse sont ensuite obtenues en retranchant le champ moyen du champ de vitesse instantané. Dans la suite, nous ne discuterons que des fluctuations de la composante azimutale  $v_\phi$  de la vitesse. La première étape du calcul du spectre spatio-temporel est de calculer la transformée de Fourier spatiale à 2 dimensions  $\tilde{v}_{2D}(\mathbf{k}, t)$  de la vitesse pour chaque instant  $t$ . Puis on calcule la transformée de Fourier temporelle de  $\tilde{v}_{2D}$  sur une fenêtre composée de  $Nt$  pas de temps. On obtient  $\tilde{v}_{3D}(\mathbf{k}, f)$ . Enfin on en déduit le spectre spatio-temporel à 3 dimensions  $E(\mathbf{k}, \omega) = |\tilde{v}_{3D}|^2$ .

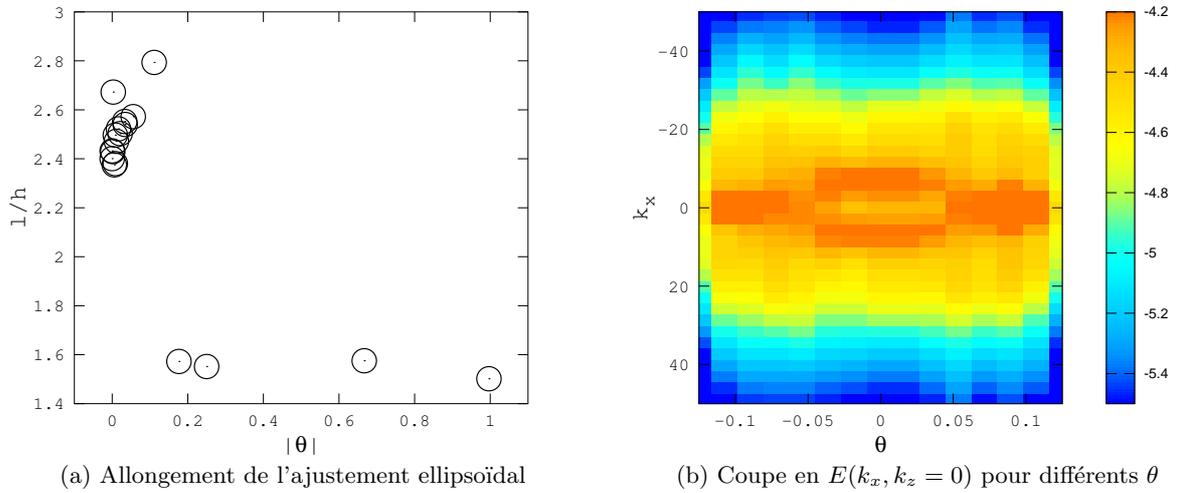
### 3 Isotropie

Dans un premier temps nous allons nous intéresser à l'isotropie du système. En intégrant  $E(\mathbf{k}, \omega)$  sur toutes les fréquences on obtient le spectre spatial à 2 dimensions  $E(\mathbf{k}) = E(k_x, k_z)$  que l'on a représenté Fig. 2 pour deux valeurs de  $\theta$ . On observe que l'énergie est préférentiellement distribuée le long de l'axe  $k_x$ . De plus et contrairement à l'intuition, l'anisotropie semble plus importante lorsque le forçage est parfaitement symétrique à  $\theta = 0$ . Pour quantifier cet effet on calcule l'allongement, c'est à dire le rapport  $l/h$  entre la hauteur  $h$  et la largeur  $l$  d'un ajustement ellipsoïdal (Fig. 2)  $(r/l)^2 + (z/h)^2 = 1$  centré en 0. On a donc pour un écoulement parfaitement isotrope  $l/h = 1$ . On a représenté Fig. 3 ce rapport pour différentes valeurs de  $|\theta|$ . On constate que l'allongement est maximal pour un forçage proche de la symétrie. Autour de  $|\theta| \approx 0.12$  l'allongement diminue brutalement puis se stabilise sur un plateau pour les forçages les plus asymétriques. Lorsque  $\theta \approx 0.125$  il est connu [5] que la couche de cisaillement atteint la turbine la plus lente. À ce moment il n'y plus qu'une seule cellule de recirculation. S'il est donc intuitif d'observer un effet sur la symétrie de l'écoulement pour cette valeur de  $\theta$ , il est par contre paradoxal d'observer que l'isotropie diminue avec  $\theta$ .



**Figure 2.** Spectres spatiaux  $E(k_x, k_z)$  à  $Re = 800\,000$  de la composante azimutale de la vitesse. On a représenté en blanc l'ajustement ellipsoïdal centré en 0 de la partie centrale, de hauteur  $h$  et de largeur  $l$ . L'allongement est  $l/h$  est précisé.

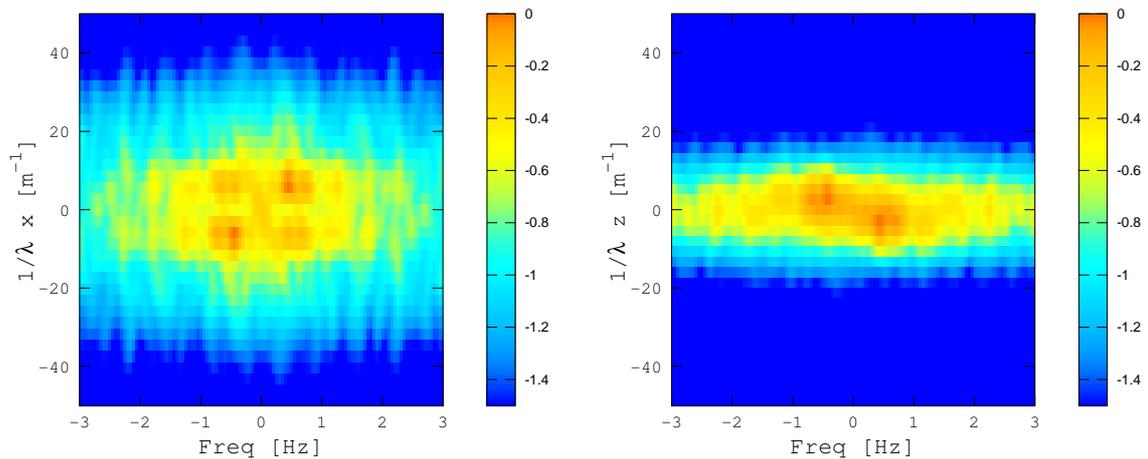
Pour discuter la nature de cette anisotropie, nous allons regarder plus précisément la distribution de l'énergie dans les deux directions de l'espace. L'origine de l'anisotropie se trouve dans l'existence de maxima de l'énergie à des longueurs d'ondes  $\lambda_v \approx 10\text{ m}^{-1}$  de l'ordre du rayon de la turbine  $R_t$  (Fig. 2) bien définis le long de  $k_x$ . Ces maxima sont la signature d'une structure de grande échelle dans l'écoulement. On a vu que l'anisotropie était dépendante de  $\theta$ , nous allons donc regarder l'évolution de ces structures en fonction de ce paramètre. Pour cela on a représenté Fig. 3 une coupe de  $E(k_x, k_z)$  le long de  $k_z = 0$  pour différentes valeurs de  $\theta$ . Cette structure de grande échelle voit sa taille conservée au voisinage de  $\theta = 0$  puis disparaît entre  $\theta = 0.06$  et  $\theta = 0.12$  lorsque la couche de cisaillement atteint la turbine. Elle lui est donc intrinsèquement liée et est à l'origine du maximum d'anisotropie observé pour le forçage le plus symétrique. Grâce à l'étude du spectre spatial nous connaissons donc les échelles spatiales de cette structure. Sa longueur d'onde en  $k_z$  est plus grande que la taille de la fenêtre de mesure, c'est-à-dire de la cuve cylindrique, et sa longueur d'onde en  $k_x$  est de l'ordre de  $R_t$ . Enfin puisque nous retranchons l'écoulement moyen nous savons que cette structure est en rotation. Nous allons voir dans la suite comment caractériser ses échelles temporelles.



**Figure 3.** Allongement de l'ajustement ellipsoïdal (a) défini Fig. 2 en fonction de la valeur absolue de l'asymétrie du forçage  $|\theta|$ . La couche de cisaillement atteint la turbine la plus lente à  $|\theta| \approx 0.125$ . Coupe en  $E(k_x, k_z = 0)$  pour différents  $\theta$  (b).

#### 4 Caractérisation temporelle des grandes structures.

En intégrant  $E(\mathbf{k}, f)$  le long de  $k_z$ , on obtient le spectre des fluctuations de vitesse spatio-temporel le long de  $k_x$ ,  $E(k_x, f)$ , voir Fig. 4. L'énergie est préférentiellement distribuée autour de la même échelle spatiale décrite au dessus. On peut à présent lui associer une fréquence  $f_v \approx 0.45$  Hz. Autrement dit  $t_v = 1/f_v$  représente le temps caractéristique de passage de la structure dans le plan méridien de la cuve. On observe de plus pour les fréquences positives un maximum plus intense pour  $k_v$  positif.

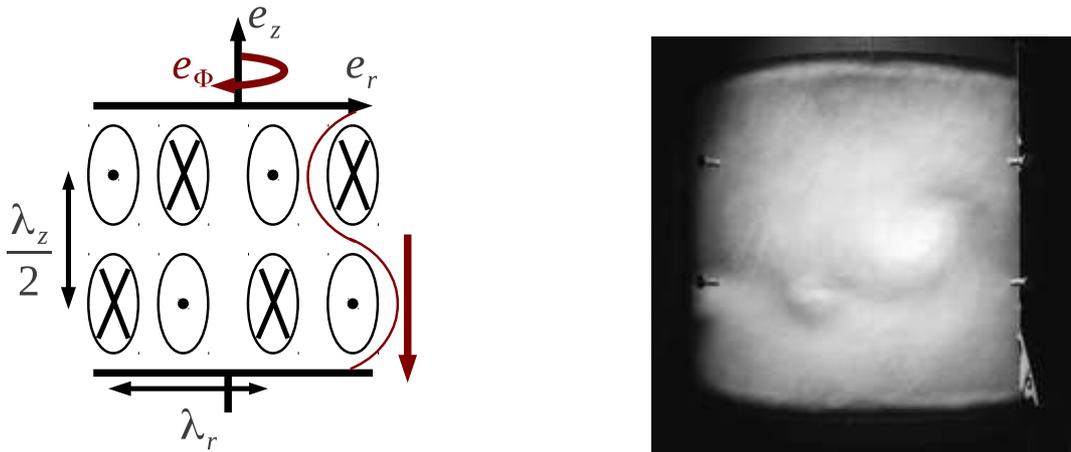


**Figure 4.** Spectre Spatio-temporel  $E(k_x, f)$  à gauche,  $E(k_z, f)$  au milieu avec  $\theta = 0$ ,  $Re = 10^6$ .

En intégrant cette fois le long de  $k_x$  on obtient  $E(k_z, f)$ . Il n'y a plus de maxima marqué à des longueurs d'ondes bien déterminées cependant on distingue un léger décalage de  $k_z$  à la fréquence  $f_v$  tel

que lorsque  $f > 0$  on a  $k_z < 0$ . Cela signifie que la structure observée le long de  $k_x$  possède une échelle spatiale verticale comparable à la taille de l'écoulement.

Ce décalage représente le sens de rotation de la structure. Pour s'en convaincre on a représenté Fig. 5 un vortex qui remplit toutes les conditions précédentes. Si on fait la coupe méridienne d'un tel vortex en rotation telle que  $u_\phi > 0$  (sens horaire vu du dessus) autour de la cuve, on voit une onde se propager vers les  $k_z$  négatifs.



**Figure 5.** À gauche on a représenté une configuration de couple de vortex de la couche de cisaillement correspondant aux données expérimentales et les échelles spatiales attendues. En rouge on représenté le défilement attendu de la vitesse azimutale généré par la rotation dans le sens  $\mathbf{e}_\phi$  d'un tel couple de vortex dans le plan méridien. À droite, photographie d'un vortex de la couche de cisaillement obtenue en utilisant des bulles comme traceurs de l'écoulement.

Ces structures sont à rapprocher des structures azimutales à grande échelle observées dans [6] qui sont des vortex dus à la déstabilisation de la couche de cisaillement et dont on montre une photo figure 5. Ce schéma permet de comprendre l'origine des différentes échelles spatiales. Le long de  $k_z$  on ne peut observer qu'une demi longueur d'onde tandis que le long de  $k_x$  et suivant la disposition des vortex et leur nombre, on voit apparaître différentes longueurs d'ondes. Ce travail de rapprochement fera l'objet d'une publication ultérieure.

## Remerciements

Nous tenons à remercier Arnaud Chiffaudel, Cécile Gasquet et Pierre-Philippe Cortet pour leur aide précieuse.

## Références

1. K. NISHINO, N. KASAGI & M. HIRATA, Three-dimensional particle tracking velocimetry based on automated digital image processing, *Journal of Fluids Engineering*, **111**, 384-391 (1989)
2. R. J. ADRIAN, Twenty years of particle image velocimetry, *Experiments in Fluids*, **39**, 159-1691 (2005)
3. E. HERBERT, N. MORDANT & E. FALCON, Observation of the nonlinear dispersion relation and spatial statistics of wave turbulence on the surface of a fluid, *Physical Review Letters*, **105** (14), 144502 (2010)
4. P. COBELLI, P. PETITJEANS, A. MAUREL, V. PAGNEUX & N. MORDANT, Space-time resolved wave turbulence in a vibrating plate, *Physical Review Letters*, **103** (20), 204301 (2009)
5. P.-P. CORTET, E. HERBERT, A. CHIFFAUDEL, F. DAVIAUD, B. DUBRULLE & V. PADILLA, Susceptibility divergence, phase transition and multistability of a highly turbulent closed flow, *Journal of Statistical Mechanics*, P07012 (2011)
6. F. RAVELET, A. CHIFFAUDEL & F. DAVIAUD, Supercritical transition to turbulence in an inertially driven von Karman closed flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **601**, 339-364 (2008)