

Rotations d'une goutte dans un ressaut hydraulique circulaire

Alexis Duchesne¹, Clément Savaro¹, Luc Lebon¹, Christophe Pirat², & Laurent Limat¹

¹ Laboratoire Matière et Systèmes Complexes (MSC), UMR 7057 du CNRS, Université Paris Diderot, 10 rue Alice Domon et Léonie Duquet, 75013 Paris, France

² Laboratoire de Physique de la Matière Condensée et Nanostructures (LPMCN), UMR 5586 du CNRS, Université Claude Bernard Campus La Doua, Bâtiment Brillouin, Rue Ada Byron, 69622 Villeurbanne, France
alexis.duchesne@paris7.jussieu.fr

Résumé. Une goutte dont la taille est de l'ordre de la longueur capillaire dans un ressaut circulaire peut être piégée le long du front. Elle ne coalesce pas avec le bain du même liquide. Dans le cas d'un ressaut formé sur une plaque horizontale, la goutte peut adopter deux comportements distincts : l'un périodique (la goutte orbite dans le ressaut), l'autre apériodique. Nous mettons en évidence expérimentalement la rotation propre de la goutte (due à l'entraînement via le film d'air qui sépare la goutte et le ressaut) ; c'est un paramètre clé de cette dynamique. Nous caractérisons cette rotation propre et nous montrons, en particulier, que la loi de fréquence n'est pas celle à laquelle on pourrait s'attendre avec un modèle simple de sphère dure entraînée par le liquide à travers un film d'air en cisaillement simple.

Abstract. A drop of moderate size deposited inside a circular hydraulic jump remains trapped at the shock front and does not coalesce with the liquid flowing across the jump. For a horizontal plate on which the liquid is impacting, the drop exhibits two different motions : a periodic one (the drop orbits around the jump) and an aperiodic one. We experimentally show that a key parameter is the internal rotation of the drop (across the air layer which separates the drop and the jump). We characterize this internal rotation, particularly, we show that the frequency law is not the one we can deduce from a simple model of rigid sphere driven by the liquid through a sheared air layer.

1 Introduction

Une goutte peut être maintenue en lévitation par l'intermédiaire d'un film de vapeur [1] ou en non coalescence avec un bain du même liquide via un film d'air la séparant de l'interface [2,3]. Ces situations inhabituelles donnent lieu à des dynamiques de gouttes complexes d'un grand intérêt d'un point de vue fondamental. Ainsi Quéré et Aussilous [4] ont mis en évidence les formes de surfaces libres en rotation prédites par Poincaré à l'aide de gouttes recouvertes d'une poudre hydrophobe dévalant un plan incliné. On peut aussi citer la dualité ondes-corpuscules mise en évidence pour des gouttes marcheuses sur un bain liquide oscillant [2]. Lorsqu'elle "frappe" le liquide, la goutte émet des ondes de surface qui vont modifier l'impact suivant et conduire à un mouvement coordonné de la goutte et de son sillage d'onde.

Nous considérons ici un système différent, une goutte déposée dans un ressaut hydraulique circulaire [5,6,7,8]. Cette situation a été décrite par Sreenivas et al. [9] : une goutte du même liquide déposée sur la zone centrale (à forte vitesse car près du jet), ne coalesce pas du fait de la présence d'un très mince film d'air entraîné par le liquide, sur lequel elle lévite. Elle se trouve alors piégée contre le "mur" séparant les zones rapides et lentes de l'écoulement.

Pour des gouttes dont la taille est de l'ordre de la longueur capillaire, des expériences menées par Pirat et al.[3] ont montré que, de manière surprenante, les gouttes vont également se mettre en mouvement spontané. Pour un ressaut légèrement incliné, cela conduit à des oscillations de la goutte autour du point d'équilibre le plus bas. Dans le présent travail nous nous intéressons au cas du ressaut horizontal. Nous mettons en évidence deux régimes pour le comportement de la goutte : périodique et apériodique. Nous étudions également la rotation propre de la goutte, élément clé dans la compréhension de cette dynamique.

Une image de l'expérience est représentée sur la Fig.1. Un jet d'huile silicone (20 cP) provenant d'un tube vertical de diamètre interne 3 mm frappe en son centre un disque de verre horizontal placé 4 cm

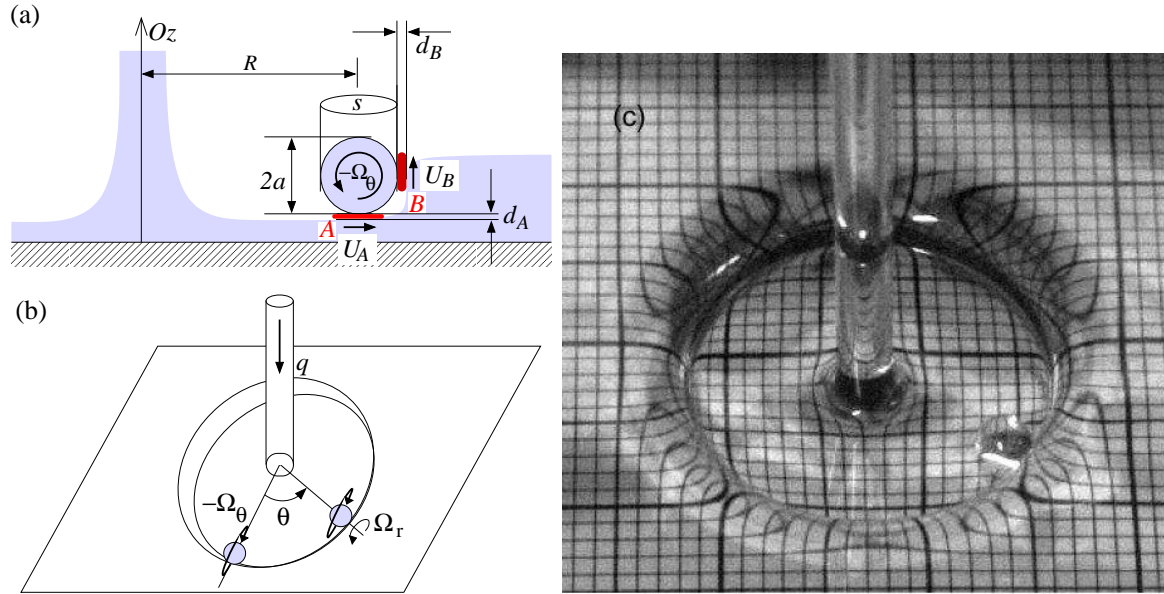


Figure 1. (a) et (b) schéma de principe de l'expérience, (c) vue du ressaut et de la goutte.

en dessous. L'absence de mur de confinement nous permet de nous situer dans le cas d'un ressaut de type I [8] c'est à dire un écoulement de surface unidirectionnel sans les recirculations annulaires du type II. Le rayon du ressaut augmente avec le débit et suit une loi assez proche d'une loi de puissance [6] : $R \propto q^{\frac{1}{8}} \nu_l^{-\frac{3}{8}} g^{-\frac{1}{8}}$ où q est le débit volumique, ν_l la viscosité cinématique du liquide et g la constante de gravité.

L'alimentation de l'injecteur se fait par un bac à niveau constant ce qui permet de réduire le bruit éventuel introduit par la pompe d'alimentation. La gamme de débit à laquelle nous avons accès se situe entre 0 et $20 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Les gouttes de tailles millimétriques sont directement placées dans le ressaut à l'aide d'une seringue ou d'un fil de pêche pour les plus petites d'entre elles.

2 Dynamique de la goutte

Lorsque la goutte ne touche pas le jet central (c'est à dire lorsque la distance entre la partie extérieure du jet et le choc est supérieure à la taille de la goutte), on met en évidence deux dynamiques distinctes reproduites sur les diagrammes spatio-temporels de la figures 2 où apparaît la loi $\theta(t)$ donnant la position angulaire de la goutte autour du ressaut en fonction du temps :

- Mouvement orbital périodique. La goutte orbite périodiquement le long du ressaut, à une fréquence comprise entre quelques dixièmes de Hertz et plusieurs Hertz. Cette fréquence décroît avec l'augmentation du rayon du ressaut. On peut voir un diagramme spatio temporel illustrant ce mouvement sur la Fig.2.a.
- Mouvement "apériodique" (qui ne présente pas une seule période, par opposition au régime précédent). Ce régime est illustré par le diagramme spatio-temporel Fig.2.b; on observe des variations de la vitesse de rotation de la goutte dans le ressaut ainsi que des inversions du sens de rotation. Signalons que, dans ce régime, plus le rayon du ressaut est important plus l'amplitude du mouvement des gouttes est faible. Ainsi pour certaines configurations la goutte peut parcourir plusieurs tours avant une inversion de sens de rotation, tandis que pour de plus grands ressauts cette amplitude n'est que de quelques degrés.

Les observations expérimentales indiquent que deux paramètres suffisent à caractériser l'ensemble des états observés : le rayon de la goutte a et le rayon du ressaut R (lui même dépendant du débit q).

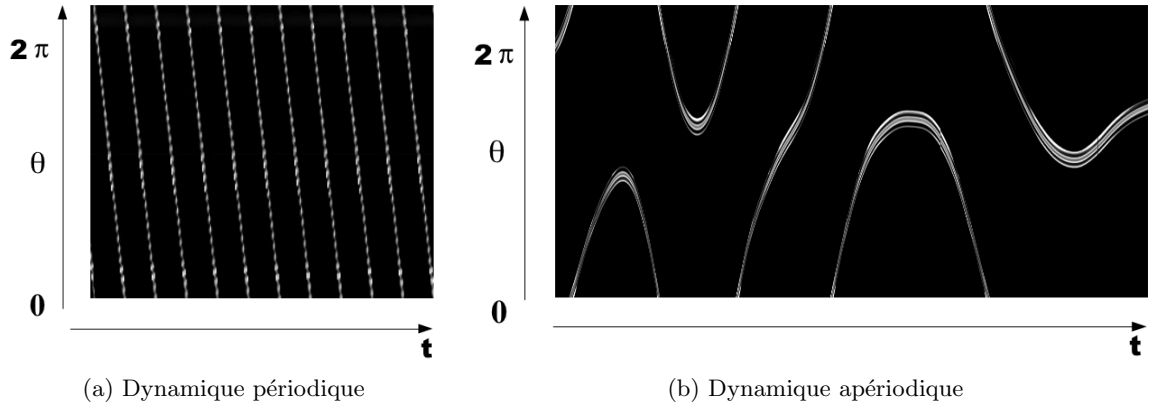


Figure 2. Diagrammes spatio-temporels d'une goutte ayant une dynamique périodique (a) et apériodique (b)

Ainsi la sélection entre les deux types de dynamiques peut être caractérisée par un unique couple (a, R) . Pour a fixé, la transition d'une dynamique périodique vers une dynamique apériodique se fait lorsque R augmente. Pour R donné, la transition d'une dynamique périodique vers une dynamique apériodique se fait lorsque a diminue. L'ensemble de ces données est présenté dans le diagramme de phase de la figure 3.a, où apparaissent les deux domaines de chaque dynamique.

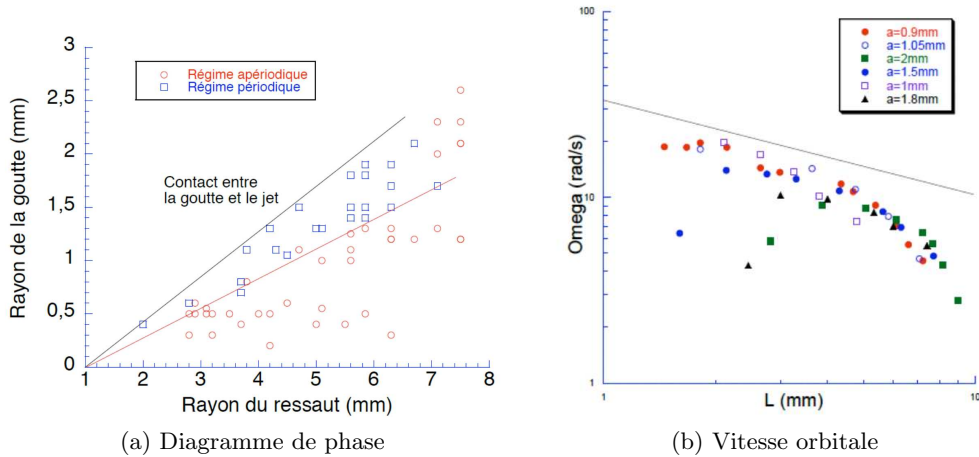


Figure 3. a) diagramme de phase pour les différents types de mouvements de la goutte. (b) Vitesse orbitale $\omega = d\theta/dt$ en fonction du rayon de l'orbite suivie par la goutte : $L = \sqrt{R - a}$

3 Mouvement orbital et instabilité gyroscopique

Un modèle a été proposé [3] pour ce mécanisme de rotation (cf figure 1.a). Entraînée par le mouvement radial d'expansion du bain, la goutte acquiert une très forte rotation propre, dont le moment cinétique associé est parallèle au front. Si maintenant une perturbation déplace latéralement la goutte, celle-ci tentera de conserver son moment cinétique qui, de fait, va acquérir une composante radiale, susceptible d'engendrer un couple moteur par friction sur le bain, amplifiant la perturbation initiale. Il peut alors en résulter un mouvement orbital entretenu. Ceci peut être formulé plus rigoureusement en écrivant les équations régissant le mouvement d'une sphère de rayon a (supposée rigide pour simplifier) en contact avec le liquide en deux points A et B sur la figure 1.b.

On suppose que les forces échangées en ces points sont de type friction visqueuse à travers un film d'air cisailé : $\vec{F}_A = \eta_a(S_A/d_A)(\vec{U}_A - \vec{\Omega} \times \vec{GA})$ et $\vec{F}_B = \eta_a(S_B/d_B)(\vec{U}_B - \vec{\Omega} \times \vec{GB})$, où η_a est la viscosité de l'air, les quantités $S_A, S_B, d_A, d_B, \vec{U}_A, \vec{U}_B$ désignent les surfaces de contact, épaisseurs locales des films d'air, et les vitesses du bain aux points A et B, G est le centre de gravité de la goutte et $\vec{\Omega}$ désigne le vecteur vitesse de rotation instantanée de la goutte autour de G dans le repère du Laboratoire.

Tous calculs faits, les équations de la dynamique de la sphère, repérée également par l'angle $\theta(t)$ de rotation autour du ressaut, sont données par :

$$\frac{d\Omega_r}{dt} + \frac{1}{\tau_A} \left(\Omega_r + \frac{L}{a} \omega \right) = \omega \Omega_\theta \quad (1)$$

$$\frac{d\Omega_\theta}{dt} + \left(\frac{1}{\tau_A} + \frac{1}{\tau_B} \right) \Omega_\theta = -\omega \Omega_r - \frac{1}{a} \left(\frac{U_A}{\tau_A} + \frac{U_B}{\tau_B} \right) \quad (2)$$

$$\frac{d\Omega_z}{dt} + \frac{1}{\tau_B} \left(\Omega_z + \frac{L}{a} \omega \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{5}{2} \left(\frac{1}{\tau_A} + \frac{1}{\tau_B} \right) \omega = -\frac{5}{2} \frac{a}{L} \left(\frac{\Omega_r}{\tau_A} + \frac{\Omega_z}{\tau_B} \right) \quad (4)$$

où $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ désigne la vitesse orbitale, $L = R - a$ le rayon de l'orbite suivie par la goutte, et les deux temps caractéristiques s'écrivent $\tau_A = \frac{8}{13} \pi \frac{\rho_l d_A}{\eta_a S_A}$ et $\tau_B = \frac{8}{13} \pi \frac{\rho_l d_B}{\eta_a S_B}$ où ρ_l désigne la masse volumique du liquide de la goutte. Si on intègre numériquement ces équations (résultats non présentés ici), on constate que pour quasiment toutes les conditions initiales possibles, on évolue vers un état limite orbital défini par :

$$\Omega_r = \Omega_z = -\omega \frac{L}{a} \quad (5)$$

$$\Omega_\theta = 0 \quad (6)$$

$$\omega^2 = \frac{U_A}{L\tau_A} + \frac{U_B}{L\tau_B} \quad (7)$$

Des mesures complémentaires (non présentées ici) nous ont montré que les vitesses U_A et U_B étaient comparables mais peu dépendantes du débit d'injection q , de sorte que si les deux temps caractéristiques ne sont eux aussi pas "trop" dépendants du débit, on attend une vitesse orbitale en $\omega \propto L^{-1/2}$. Cette conjecture est testée sur la figure 3.b, en variant le rayon du ressaut, via le débit d'injection pour différentes tailles de gouttes. On voit que sans être parfaite, cette loi donne la bonne tendance.

4 Rotation propre de la goutte

Le modèle précédent repose sur l'hypothèse d'une rotation propre de la goutte sur elle-même qui n'a jusqu'ici jamais été mise en évidence. Nous avons donc conduit des expériences pour l'observer, en suivant des traceurs (particules de charbon) injectés dans la goutte, les images obtenues étant reproduites sur la figure 4. Néanmoins, il est difficile d'étudier cette rotation interne lorsque la goutte est aussi en mouvement dans le ressaut. Pour pallier cette difficulté, nous avons incliné légèrement le plan du ressaut (typiquement quelques dixièmes de degrés), de sorte à maintenir la position de la goutte immobile dans le ressaut. Dans ce cas, on devrait sélectionner une autre solution des équations ci dessus, qui était instable dans la partie précédente, et qui est donnée par $\omega = \Omega_r = \Omega_z = 0$ et :

$$\Omega_\theta = -\frac{1}{a} \frac{\frac{U_A}{\tau_A} + \frac{U_B}{\tau_B}}{\frac{1}{\tau_A} + \frac{1}{\tau_B}} \propto -\frac{U_A}{a} \quad (8)$$

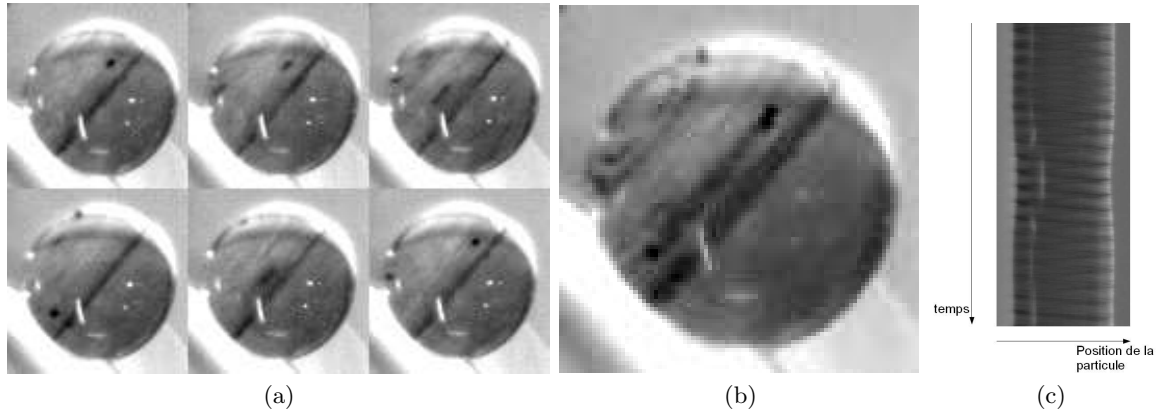


Figure 4. (a) Particules de charbon dans une goutte en rotation. (b) Superposition des images d'une révolution de la goutte. (c) Diagramme spatio-temporel figurant la rotation propre de la goutte

La seconde expression, loi d'échelle approchée, étant obtenue soit en négligeant le frottement sur le mur vertical, soit en admettant que les deux vitesses de bain sont proportionnelles. On peut d'ailleurs retrouver plus simplement cette loi en remarquant que dans cette situation bidimensionnelle suggérée figure 1.a, la goutte subit au point A une force visqueuse d'entraînement en $F_A = \eta_a(S_A/d_A)(U_A + a\Omega_\theta)$, la rotation étant réglée par le théorème du moment cinétique qui s'écrit ici quand on néglige l'effet de friction du mur :

$$J \frac{d\Omega_\theta}{dt} = -\eta \frac{aS_A}{d_a} [U_A + a\Omega_\theta] \quad (9)$$

On attend donc bien, en situation stationnaire, une loi en : $\Omega_\theta \sim -\frac{U_A}{a}$. En fait nos résultats expérimentaux, reproduits sur la figure 5 ont mis en évidence une loi en fréquence plus complexe . En effet on distingue très nettement deux zones très différentes en variant le rayon de la goutte :

- la première pour des gouttes de rayons supérieurs à 1 mm (rappelons que la longueur capillaire l_c est ici d'environ 1 mm). Dans cette gamme de rayons la fréquence de rotation évolue en $\frac{1}{a^2}$ où l est de l'ordre de 0.4 mm.
- La deuxième pour les gouttes plus petites, la loi de puissance apparaît moins bien définie, mais plus l'on considère un ensemble de gouttes petites, plus la loi de puissance que l'on peut faire passer est de puissance faible. On peut donc supposer que pour des gouttes suffisamment petites (plus petites que celles que nous avons obtenues) la loi de puissance se rapproche de $\frac{1}{a}$.

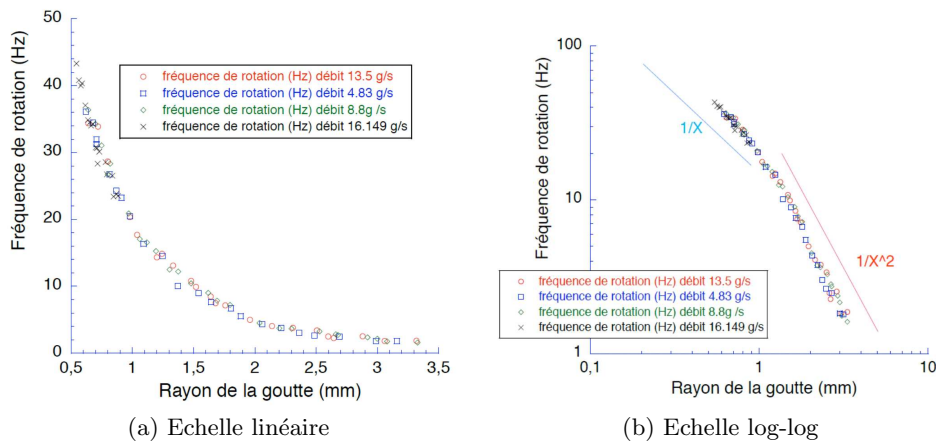


Figure 5. Fréquence de rotation interne en fonction du rayon de la goutte.

Par ailleurs il est intéressant de constater que les courbes présentées ici se superposent mais ne sont pas renormalisées. Autrement dit la fréquence de rotation des gouttes ne dépend pas du débit. Ceci est peut être dû à la structure du ressaut et laisse supposer que le ressaut apparaît à une vitesse de surface indépendante du débit.

5 Conclusion

Le fait que la loi de puissance se modifie au voisinage de la longueur capillaire suggère que l'hypothèse de sphère dure sur un film cisailé est trop brutale et qu'il faut tenir compte de la déformation de la goutte. Nous avons en effet pu vérifier expérimentalement que la goutte avait une forme assez éloignée d'une sphère. La littérature conduirait aussi à revenir sur cette hypothèse et à considérer une sphère tronquée [10], voire même une sphère tronquée en appui sur une poche d'air non axisymétrique [11] afin d'améliorer notre modèle.

Par ailleurs il peut être utile de revenir sur l'hypothèse d'une rotation en bloc. Une analyse dimensionnelle montre que la période de rotation propre f^{-1} où f la fréquence de rotation mesurée fig.5 est du même ordre de grandeur que le temps de diffusion de quantité de mouvement : $\tau_D \sim \frac{a^2}{\nu_l}$ avec ν_l la viscosité cinématique. On en déduit donc que dans le cas dynamique il peut y avoir une rotation différentielle au sein de la goutte. Cette rotation différentielle pourrait avoir des conséquences sur la dynamique d'ensemble de la goutte. Le modèle de l'instabilité gyroscopique développé ci-dessus doit donc maintenant être adapté au cas d'une goutte déformable dans un ressaut horizontal et confronté à nos données expérimentales.

Remerciements Les auteurs tiennent à remercier Antoine Fruleux pour ses contributions aux travaux résumés en section 3, ainsi que Mathieux Receveur et Laurent Réa pour leur assistance technique.

Références

1. A. L. BIANCE, C. CLANET & D. QUERE, Leidenfrost drops, *Physics of Fluids*, **15**, 1632 (2003).
2. Y. COUDER, E. FORT, C.-H. GAUTIER & A. BOUDAOU, From bouncing to floating : Noncoalescence of drops on a fluid bath, *Physical Review Letters*, **94**, 177801 (2005).
3. C. PIRAT, L. LEBON, A. FRULEUX, J.-S. ROCHE & L. LIMAT, Gyroscopic Instability of a Drop Trapped Inside an Inclined Circular Hydraulic Jump, *Physical Review Letters*, **105**, 8 (2010).
4. P. AUSSILLOUS & D. QUERE, Shapes of rolling liquid drops, *Journal of Fluid Mechanics*, **512**, 133 (2004).
5. E. J. WATSON, The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane, *Journal of Fluid Mechanics*, **20**, 481 (1964).
6. T. BOHR, DIMON, & V. PUTKARADZE, Shallow-water approach to the circular hydraulic jump, *Journal of Fluid Mechanics*, **254**, 635 (1993).
7. J. W. M. BUSH & J. M. ARISTOFF, The influence of surface tension on the circular hydraulic jump, *Journal of Fluid Mechanics*, **489**, 229 (2003).
8. T. BOHR, C. ELLEGAARD, A. E. HANSEN & A. HAANING, Hydraulic jumps, flow separation and wave breaking : An experimental study, *Physica B*, **228**, 1-10 (1996).
9. K. R. SREENIVAS, P. K. DE & J. H. ARAKERI, Levitation of a drop over a film flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **380**, 297-307 (1999).
10. P.-G. DE GENNES, F. BROCHARD-WYART & D. QUERE, *Gouttes, Perles et Ondes*, pp. 202-205, Belin (2002).
11. P. DELL'AVERSANA & G. P. NEITZEL, Behavior of noncoalescing and nonwetting drops in stable and marginally stable states, *Experiments in Fluids*, **36**, 299-308 (2004).