

Impact d'une goutte sans contact

Laurent Duchemin¹ & Christophe Josserand²

¹ IRPHE, CNRS & Aix-Marseille Université, 49 rue Joliot-Curie, 13013 Marseille, France

² Institut Jean Le Rond d'Alembert, CNRS & UPMC (Univ. Paris 06), UMR 7190, Case 162, 4 place Jussieu, F-75005 Paris, France.

`duchemin@irphe.univ-mrs.fr`

Résumé. Cette étude concerne l'influence du gaz environnant sur la dynamique de l'impact d'une goutte sur une surface solide lisse. Nous utilisons un modèle axisymétrique dans lequel le liquide et le gaz sont incompressibles, le film liquide est supposé être dans un régime de lubrification et la viscosité du liquide est négligée. En l'absence de tension de surface, une singularité en temps fini apparaît et le liquide rentre en contact avec le solide sur un cercle. En revanche, lorsque la tension de surface est prise en compte, une fine nappe liquide émerge de la zone d'impact, séparée du solide par un film de gaz fin. L'épaisseur de ce film de gaz est toujours plus petite que le libre parcours moyen, ce qui suggère que le film liquide rentre en contact avec le solide.

Abstract. We study the influence of the surrounding gas in the dynamics of drop impact on a smooth surface. We use an axisymmetric model for which both the gas and the liquid are incompressible; lubrication regime applies for the gas film dynamics and the liquid viscosity is neglected. In the absence of surface tension a finite time singularity whose properties are analysed is formed and the liquid touches the solid on a circle. When surface tension is taken into account, a thin jet emerges from the zone of impact, skating above a thin gas layer. The thickness of the air film underneath this jet is always smaller than the mean free path in the gas suggesting that the liquid film eventually wets the surface.

1 Introduction

L'impact d'une goutte sur une surface solide est un phénomène courant, qui apparaît dans des contextes industriels ou scientifiques très variés. On peut par exemple citer l'atomisation dans les moteurs, les imprimantes à jet d'encre [1], ou encore dans un contexte environnemental, l'érosion due à l'impact des gouttes de pluie ou l'étalement d'aérosols [2]. La situation générique consiste en une goutte sphérique impactant une surface solide ou un film liquide. Un splash est observé systématiquement pour des conditions d'impact violent, alors qu'un étalement sur la surface (sans atomisation) est observé pour les impacts plus lents. Dans le cas des impacts sur surface solide, que nous considérons ici, le splash est caractérisé par l'émergence d'une corolle liquide qui se détache du substrat solide et peut éventuellement se fracturer en de nombreuses gouttes [3]. Cette dynamique complexe fait intervenir différents paramètres qui peuvent influencer la transition entre ces deux régimes d'impact. En particulier, on peut évoquer les effets visqueux et capillaires, quantifiés respectivement par le nombre de Reynolds et le nombre de Weber. La surface impactée est également importante, notamment la rugosité de cette surface peut avoir une influence sur la formation du splash [4,5] et celui-ci peut même être inhibé en texturant la surface [6]. Il a été montré récemment que le gaz environnant, souvent négligé dans ce genre de problèmes, peut s'avérer crucial dans cette dynamique, étant donné que le splash observé à la pression atmosphérique disparaît lorsqu'on diminue la pression ambiante [7]. Malgré quelques tentatives d'explications théoriques, invoquant en particulier la compressibilité du gaz [7], ou encore l'emprisonnement d'une bulle sous la goutte [8,9], une théorie complète du mécanisme du splash reste à établir. L'objectif de cet article est de mettre en évidence le rôle du gaz dans l'impact d'une goutte sur une surface solide, dans la limite où la viscosité de la goutte peut être négligée et où les deux fluides peuvent être considérés comme incompressibles.

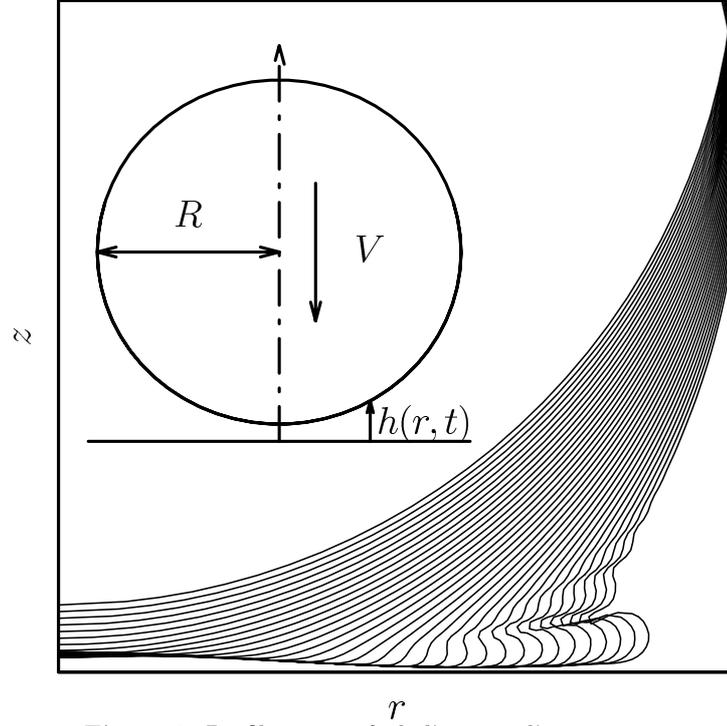


Figure 1. Profils successifs de l'impact d'une goutte.

2 Equations et nombres sans dimensions

Nous considérons l'impact d'une goutte incompressible de rayon R , de densité ρ_l , ayant une vitesse verticale V , sur un solide lisse (Cf. Fig. 1). Le gaz environnant est supposé incompressible, de densité ρ_g , de viscosité dynamique η et de coefficient de tension de surface avec le liquide γ . Le nombre de Froude ($Fr = V^2/gR$) étant toujours supérieur à 10^2 , la gravité est négligée. Enfin, la géométrie de la surface et celle de l'écoulement sont supposées rester à symétrie axiale. L'effet dominant du gaz se situe dans le film de gaz visqueux séparant la goutte de la surface solide. On suppose en outre que l'écoulement dans la goutte est potentiel et que l'écoulement dans le film gazeux est bien décrit par la théorie de la lubrification [11,8].

Ainsi, la dynamique de la goutte et du film de gaz est régie par le système d'équations sans dimensions suivant (en coordonnées cylindriques (r, z)) :

$$(\partial\Omega) \quad \partial_t \varphi + \frac{1}{2} \nabla \varphi^2 + p + \frac{1}{We} \kappa = C(t), \quad (1)$$

$$(\partial\Omega) \quad \partial_t h = \frac{1}{12rSt} \partial_r (rh^3 \partial_r p), \quad (2)$$

$$(\partial\Omega) \quad \partial_t h = \partial_z \varphi - \partial_r \varphi \partial_r h, \quad (3)$$

$$(\Omega) \quad \Delta \varphi = 0, \quad (4)$$

où φ est le potentiel des vitesses dans la goutte ($\mathbf{u}(r, z, t) = \nabla \varphi(r, z, t)$), Ω est le domaine liquide, $\partial\Omega$ est la surface de la goutte et p est la pression de lubrification dans le film de gaz. Les longueurs ont été adimensionnées par R , les vitesses par V , les densités par ρ_l et la pression dans le gaz par $\rho_l V^2$. L'interface complète $\{r(s, t), z(s, t)\}$ est indexée par la coordonnée curviligne s et κ est la courbure moyenne locale de l'interface. Ce système d'équations fait intervenir les deux nombres sans dimensions du problème, le

nombre de Weber et le nombre de Stokes :

$$\text{We} = \frac{\rho_l R V^2}{\gamma} \quad \text{et} \quad \text{St} = \frac{\eta}{\rho_l V R}.$$

Les conditions expérimentales habituelles correspondent à $\text{St} \ll 1$, comme nous allons le considérer par la suite. Les détails de la méthode numérique, basée sur des intégrales de frontières, sont présentés dans la référence [16].

Une succession de profils numériques de goutte sont présentés sur la figure 1, pour $\text{We} = 23.7$ et $\text{St} = 1.35 \times 10^{-3}$. La goutte se déforme en approchant le solide, puis une nappe liquide rapide émerge quasiment horizontalement. On observe sur la figure 1 que la goutte ne rentre jamais en contact avec le solide et que la nappe liquide "plane" sur une mince couche de gaz. Cette remarque est en accord avec la propriété des films visqueux, selon laquelle ils ne peuvent pas se rompre spontanément en temps fini [13]. Néanmoins, ce n'est pas le cas en l'absence de tension de surface, comme nous le décrivons dans le paragraphe suivant.

3 Singularité en temps fini pour $\text{We} = \infty$

Comme il a déjà observé en deux dimensions [11,8,12], la dynamique présente une singularité en temps fini en l'absence de tension de surface (Cf. fig. 2). Cela correspond, lorsque $t \rightarrow t_0$ à une interface en forme de coin située en $r_c(t) \rightarrow r_0$, où la courbure $\kappa_0(t)$ diverge alors que l'épaisseur du film $h_0(t)$ tend vers zéro. En outre, la pression maximale $p_0(t)$ se situe en $r_p(t) \neq r_c(t)$ et diverge lorsque $t \rightarrow t_0$ (et $r_p(t) \rightarrow r_0$), suivant :

$$p_0 \propto h_0^{-\frac{1}{2} \pm 0.05} \quad \kappa_0 \propto h_0^{-2 \pm 0.05},$$

comme montré sur la figure 2. La position radiale $r_0(t)$ de $h_0(t)$ suit approximativement l'intersection géométrique entre la goutte non-déformée et la surface solide ($r_0 \sim \sqrt{2t}$ et $\dot{r}_0 = 1/\sqrt{2t}$). En utilisant l'épaisseur typique du film gazeux $H^* = \text{St}^{2/3}$, en équilibrant l'inertie de la goutte et la pression de lubrification [8], on trouve $t_0 \sim H^*$ et donc $r_0 \sim \text{St}^{1/3}$ ($\dot{r}_0 \sim \text{St}^{-1/3}$) à la singularité, résultat en bon accord avec le numérique.

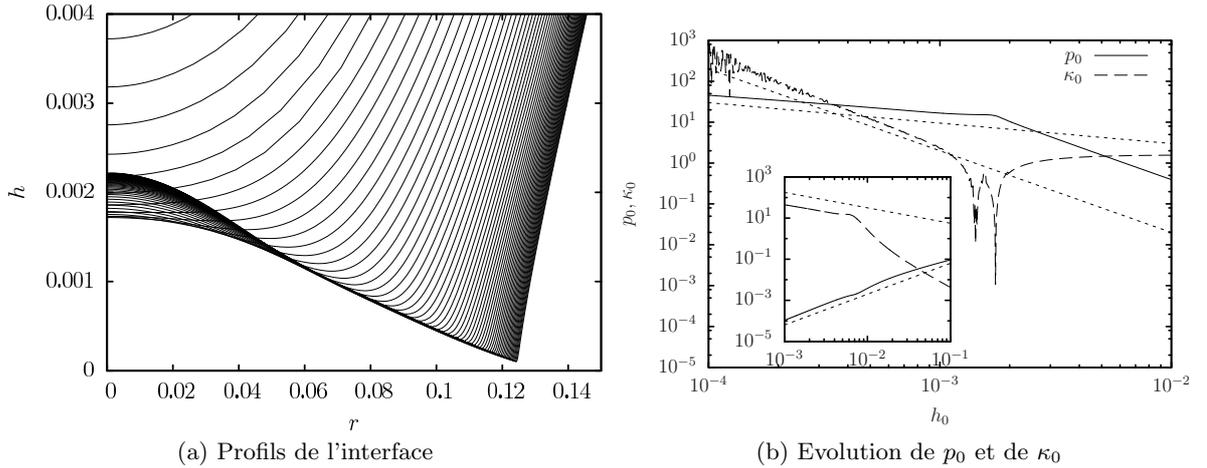


Figure 2. Profils de l'interface (a) près de la singularité pour $\gamma = 0$ et $\text{St} = 1.35 \times 10^{-3}$. Evolution de p_0 et de κ_0 (b) en fonction de h_0 . Les deux courbes en pointillés représentent respectivement $h_0^{-\frac{1}{2}}$ et h_0^{-2} . L'encart représente $h_0(t)$ et $p_0(t)$ en fonction de $(t_0 - t)$ près de la singularité, avec les lois d'échelles $h_0(t) \propto (t_0 - t)^{3/2}$ et $p_0(t) \propto (t_0 - t)^{-3/4}$.

Dans le but de comprendre les propriétés de cette singularité, nous supposons des solutions auto-similaires de la forme : $\tilde{h}(r, t) = h_0(t)H(R)$, $\tilde{p}(r, t) = p_0(t)P(R)$, et $\tilde{\varphi}(r, t) = \varphi_0(t)\Phi(R, Z)$, où $R = (r - r_0(t))/l(t)$ et $Z = z/l(t)$. Près de la singularité, les variations spatiales sont plus lentes que $(t_0 - t)$ (Cf. fig. 2), de telle sorte que les dérivées temporelles peuvent être remplacées par $(h_0\dot{r}_0/l(t))\partial_R$ et les équations (1,2,3,4) deviennent, à l'ordre dominant :

$$(\partial\Omega) - \frac{\varphi_0\dot{r}_0}{l}\partial_R\Phi + \frac{1}{2}\frac{\varphi_0^2}{l^2}\nabla\Phi^2 + p_0P = C(t), \quad (5)$$

$$(\partial\Omega) - \frac{h_0\dot{r}_0}{l}H' = \frac{h_0^3p_0(H^3P)'}{12\text{St}l^2}, \quad (6)$$

$$(\partial\Omega) - \frac{h_0\dot{r}_0}{l}H' = \frac{\varphi_0}{l}\left(\partial_Z\Phi - \frac{h_0}{l}H'\partial_R\Phi\right), \quad (7)$$

$$(\Omega) \quad \Delta\Phi = 0, \quad (8)$$

En choisissant $\dot{r}_0 = \text{St}^{-1/3}$, nous pouvons alors identifier deux régimes différents, basés sur la prédominance de deux des trois termes dans l'équation (7).

Régime I : $h_0 \ll l$: le second terme de l'équation 5 et dans le second membre de l'équation 7 peuvent être négligés, et en équilibrant les autres termes, on trouve : $\varphi_0 \sim \text{St}^{-1/3}h_0$, $l \sim \text{St}^{-2/3}h_0^{3/2}$ ce qui nous conduit aux lois d'échelles observées numériquement, à savoir :

$$p_0 \sim h_0^{-1/2} \text{ et } \kappa_0 \sim \text{St}^{4/3}h_0^{-2}.$$

Ce régime correspond en fait à une *épaisse* couche de gaz $h_0 \gg \text{St}^{4/3}$.

Régime II : $h_0 \gg l$: dans ce cas, l'équilibre des termes dominants conduit à : $\varphi_0 \sim \text{St}^{-5/3}h_0^2$, $l \sim \text{St}^{-4/3}h_0^2$ et

$$p_0 \sim \text{St}^{-2/3} \text{ et } \kappa_0 \sim \text{St}^{8/3}h_0^{-3}.$$

Ce régime correspond à une *mince* couche de gaz $h_0 \ll \text{St}^{4/3}$ et cette analyse suggère que les lois d'échelles observées numériquement ne sont valables que pour des valeurs de h_0 suffisamment grandes. Ce deuxième régime est donc un régime auto-similaire valable plus près de la surface et jamais observé à l'aide d'outils numériques, à notre connaissance[10,11,8,12]. Par ailleurs, il est clair que dans ce régime, la théorie de la lubrification cesserait d'être valide, étant donné que $h_0/l \gg 1$; les équations de Navier–Stokes complètes devraient alors être résolues dans le film gazeux.

4 Formation d'une nappe liquide

Lorsque l'on prend en compte la tension de surface, la singularité disparaît du fait du lissage des zones de grande courbure par la tension de surface, comme illustré sur la figure 3, où l'épaisseur minimale du film gazeux est tracée pour différentes valeurs des nombres de Weber et de Stokes. Lorsque le nombre de Stokes diminue, la taille de la bulle décroît et la nappe apparaît plus tôt, avec plus d'ondes capillaires. En outre, le petit angle entre la nappe et la surface solide varie avec les deux nombres sans dimensions (Cf. fig. 4). L'épaisseur minimale du film de gaz peut être estimée à l'aide des deux régimes auto-similaires observés dans le cas singulier $\text{We} = \infty$. En effet, en équilibrant le terme capillaire $\text{We}^{-1}\kappa$ et la pression singulière, on trouve pour les deux régimes :

$$\text{I : } h_0 \sim \text{St}^{8/9}\text{We}^{-2/3} \text{ et II : } h_0 \sim \text{St}^{10/9}\text{We}^{-1/3},$$

les deux régimes se croisant pour $\text{We} \sim \text{St}^{-2/3}$. Cette dépendance est présentée dans la figure 3, où l'épaisseur minimale du film est comparée à ces deux valeurs théoriques. On observe les variations suivantes des exposants : $h_0 \sim \text{St}^{0.9-1}\text{We}^{-0.33-0.4}$, qui sont en accord raisonnable avec le régime II.

Finalement, en supposant l'épaisseur de la nappe de l'ordre d'une longueur capillaire liée à la décélération de la goutte $\sqrt{\gamma RH^*/\rho_l V^2} \sim \text{St}^{1/3}\text{We}^{-1/2}$ [14], la conservation de la masse [15] permet d'estimer la vitesse de la nappe $V_{nappe} \sim \text{We}^{1/2}\text{St}^{-2/3}$, en bon accord qualitatif avec la figure 4.

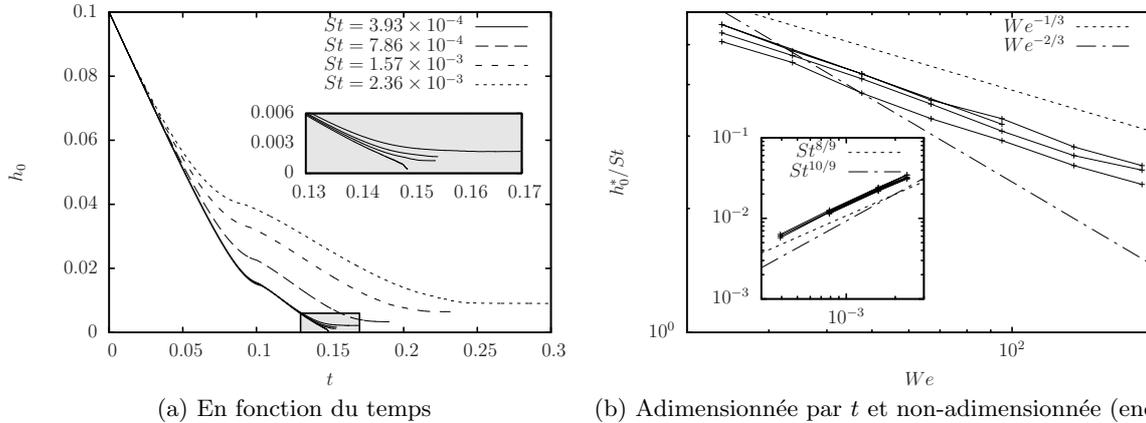


Figure 3. Epaisseur minimale du film de gaz h_0 pour quatre valeurs différentes du nombre de Stokes ($St = 3.93 \cdot 10^{-4}, 7.86 \cdot 10^{-4}, 1.57 \cdot 10^{-3}, 2.36 \cdot 10^{-3}$). En fonction du temps (a) : le zoom pour $St = 3.93 \cdot 10^{-4}$ près de l'axe représente cette évolution pour différentes valeurs du nombre de Weber : $We = 47.5, 95, 238$ et ∞ de haut en bas. Adimensionnée par St et non-adimensionnée (encart) (b), en fonction du nombre de Weber.

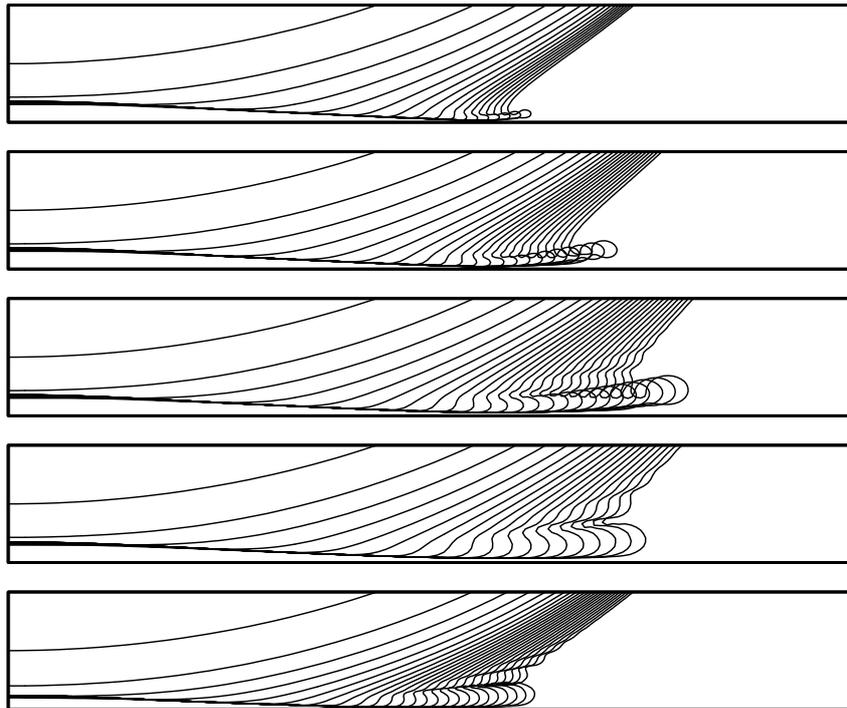


Figure 4. Cinq simulations différentes, avec $We = 238; 95; 47.5; 23.7$ respectivement, de haut en bas, et $St = 1.35 \cdot 10^{-3}$. La figure du bas est obtenue pour $We = 23.7$ et $St = 6.29 \cdot 10^{-4}$.

5 Conclusion

Etant donnée que les deux paramètres We et St ne varient pas avec la pression du gaz, la compressibilité de celui-ci avait été invoquée [7,8,12] pour expliquer la dépendance du splash à la pression ambiante observée dans les expériences [7]. Notre étude ne devrait donc pas, *a priori*, permettre d'expliquer cette dépendance. Néanmoins, si l'on calcule l'épaisseur du film de gaz dans les expériences [7] en utilisant les

lois d'échelles obtenues précédemment pour h_0 , nous trouvons des valeurs de l'ordre de quelques Å, c'est-à-dire bien en-dessous du libre parcours moyen dans le gaz (~ 60 nm). En conséquence, il est raisonnable de considérer que la nappe liquide rentre effectivement en contact avec le solide : il faut alors étudier une nappe liquide se déplaçant rapidement au contact d'une surface solide. Il est important de remarquer que cette conclusion resterait valide si la compressibilité du gaz était prise en compte. Il est également naturel d'envisager que la texture du solide puisse alors avoir un effet sur l'apparition de la corolle [6].

Références

1. M. REIN, Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces, *Fluid Dynamics Research*, **12**, 61 (1993)
2. MICHEL COANTIC, Mass transfert across the ocean-air interface : small scale hydrodynamic and aerodynamic mechanisms, *PhysicoChemical Hydrodynamics*, **1**, 249–279 (1980)
3. R. RIOBOO, M. MARENGO & C. TROPEA, Outcomes from a drop impact on solid surfaces, *Atomization and Sprays*, **11**, 155–165 (2001)
4. K. RANGE & F. FEUILLEBOIS, Influence of surface roughness on liquid drop impact, *Journal of Colloids and Interface Science*, **203**, 16–30 (1998)
5. C. JOSSERAND, L. LEMOYNE, R. TROEGER & S. ZALESKI, Droplet impact on a dry surface : triggering the splash with a small obstacle, *Journal of Fluid Mechanics*, **524**, 47–56 (2005)
6. L. XU, L. BARCOS & S.R. NAGEL, Splashing of liquids : Interplay of surface roughness with surrounding gas, *Physical Review E*, **76**, 066311 (2007)
7. L. XU, W.W. ZHANG & S.R. NAGEL, Drop splashing on a dry smooth surface, *Physical Review Letters*, **94**, 184505 (2005)
8. S. MANDRE, M. MANI & M. P. BRENNER, Precursors to splashing of liquid droplets on a solid surface, *Physical Review Letters*, **102**, 134502 (2009)
9. P.D. HICKS & R. PURVIS, Air cushioning and bubble entrapment in three-dimensional droplet impacts, *Journal of Fluid Mechanics*, **649**, 135–163 (2010)
10. F.T. SMITH, L. LI & G.X. WU, Air cushioning with a lubrication/inviscid balance, *Journal of Fluid Mechanics*, **482**, 291–318 (2003)
11. A.A. KOROBKIN, A.S. ELLIS & F.T. SMITH, Trapping of air in impact between a body and shallow water, *Journal of Fluid Mechanics*, **611**, 365–394 (2008)
12. M. MANI, S. MANDRE & M.P. BRENNER, Events before droplet splashing on a solid surface, *Journal of Fluid Mechanics*, **647**, 163–185 (2010)
13. J. EGGERS, Nonlinear dynamics and breakup of free-surface flows, *Reviews of Modern Physics*, **69**, 865–929 (1997)
14. C. CLANET, C. BÉGUIN, D. RICHARD & D. QUÉRÉ, Maximal deformation of an impacting drop, *Journal of Fluid Mechanics*, **517**, 199–208 (2004)
15. C. JOSSERAND & S. ZALESKI, Droplet splashing on a thin liquid film, *Physics of Fluids*, **15**, 1650 (2003)
16. L. DUCHEMIN & C. JOSSERAND, Curvature singularity and film-skating during drop impact. *Physics of Fluids*, **23**, 091701, 2011.