

# Analyse de séries temporelles de production éolienne : Loi de Taylor et propriétés multifractales

Rudy Calif<sup>1</sup> & François G. Schmitt<sup>2</sup>

<sup>1</sup> EA 4098, LARGE laboratoire en Géosciences et énergétique université des Antilles et de la Guyane 97170 P-à-P, France

<sup>2</sup> CNRS, UMR 8187 LOG Laboratoire d'Océanologie et de Géosciences, Université de Lille 1, 28 avenue Foch, 62930 Wimereux, France

rcalif@univ-ag.fr

**Résumé.** Depuis quelques décennies, l'énergie éolienne connaît une croissance considérable. Cependant cette énergie est dépendante de la vitesse du vent variant en intensité sur des échelles de temps qui incluent l'année, la journée à quelques secondes. L'objectif de ce travail est de caractériser les fluctuations d'une série temporelle de production éolienne. Dans un premier temps, nous vérifions l'utilisation de la Loi de Taylor, relation entre l'écart type  $\sigma_P^2$  et la moyenne  $\langle p \rangle : \sigma_P^2 = C \langle p \rangle^\alpha$ . Cette relation fut observée en écologie, en finance, dans les sciences du vivant et pour des données de trafic internet [1]. De récents travaux fournissent des hypothèses d'explication quant à l'origine de cette loi [2,3]. L'exposant  $\alpha$  caractérise le type de dynamique du processus considéré et varie entre 1/2 et 1. Dans notre cas d'étude, l'estimation de l'exposant  $\alpha$  est proche de 1. Quand  $\alpha = 1$ , les processus considérés sont à invariance d'échelle [1]. Pour mettre en évidence les propriétés d'invariance d'échelle de notre série temporelle, nous effectuons une analyse multifractale pour estimer la fonction exposant d'échelle  $\phi(h)$  à l'aide des moments d'ordre  $h$  de l'incrément temporel des données de production éolienne  $\Delta P = P(t + \tau) - P(t)$ , telle que  $\langle \Delta P_\tau^q \rangle \approx \tau^{\phi(h)}$  [5]. La fonction  $\phi(h)$  est concave et non-linéaire : plus elle est concave, plus la série analysée sera intermittente. Nous montrons que la série temporelle de la production éolienne considérée est intermittente et possède des propriétés multifractales. De plus le modèle de cascades aléatoires log-normal se révèle pertinent pour décrire ces fluctuations.

**Abstract.** In recent decades, wind energy is growing significantly. However this energy is dependent on the atmospheric wind speed varying in intensity over time scales that include the year, the day at few seconds. The objective of this work is to characterize the fluctuations of time series of the aggregate output power from a wind farm. At first, we check the use of the Taylor power law, relationship between the variance  $\sigma_P^2$  and the mean value  $\langle p \rangle : \sigma_P^2 = C \langle p \rangle^\alpha$ . This relationship was observed in ecology, in finance, in the life sciences and internet traffic data [1]. Recent studies provide explanatory hypotheses about the origin of this law [2,3]. The exponent  $\alpha$  characterizes the type of dynamics of the process considered and varies between 1/2 and 1. When  $\alpha = 1$ , processes are considered to be scale of invariance. To demonstrate the properties of scale invariance of our time series, we perform a multifractal analysis to estimate the scale function exponent  $\phi(h)$  with q-order moments of the time increment of the aggregate output power  $\Delta P = P(t + \tau) - P(t)$ , as  $\langle \Delta P_\tau^q \rangle \approx \tau^{\phi(h)}$  [5]. The function  $\phi(h)$  is concave and non-linear : the more it is concave, the more the analyzed series is intermittent. We show that the time series of the aggregate output power is intermittent and possesses multifractal properties. Furthermore the log-normal random cascades model proves relevant to describe these fluctuations.

## 1 Introduction

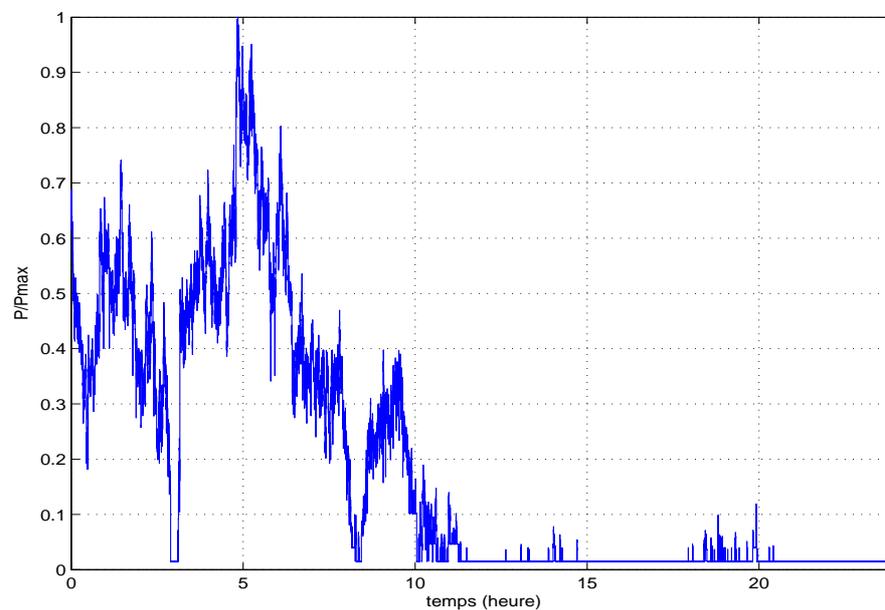
La Guadeloupe fait partie est sans doute des régions de France dans lesquelles la proportion et la diversité des énergies renouvelables est la plus importante. En ce qui concerne l'énergie éolienne, la Guadeloupe soumise aux alizés, présente un fort potentiel grâce à un régime de vent moyen, relativement constant en direction et en module, durant toute l'année avec une période considérée comme favorable, située de décembre à avril. Actuellement, la puissance électrique installée d'origine éolienne ne cesse de croître. Cependant comme le souligne Weisser dans [6] une forte pénétration d'énergie éolienne dans un réseau électrique autonome sans stockage préalable, peut provoquer de fortes instabilités sur le réseau de distribution d'électricité : la conséquence ultime étant l'écroulement du réseau. Ce pourrait être le

cas du réseau insulaire de la Guadeloupe qui n'est pas interconnecté avec ceux des pays voisins. De fait l'utilisation de l'énergie éolienne pour un fort pourcentage nécessite l'existence de systèmes de substitution. L'emploi rationnel de ces derniers nécessite de disposer d'un outil de prédiction. La première étape consiste à caractériser les fluctuations de la production éolienne. La dynamique des fluctuations de ce type série reste complexe.

L'étude de systèmes complexes en écologie, en physique, dans les sciences du vivant et les sciences de l'ingénieur, a mis en évidence l'universalité de la loi de puissance de Taylor établit par L.R. Taylor en 1961 [7]. En Physique, ce phénomène est connue sous la loi d'échelle des fluctuations [1,2]. La loi de puissance de Taylor met en relation la variance et la valeur moyenne du processus considéré :  $variance = constante \times moyenne^\alpha$ . Suivant la valeur de l'exposant  $\alpha$ , on peut caractériser la dynamique des fluctuations du moins pour  $\alpha = 1/2$  et  $\alpha = 1$ . Pour les processus fractales ou multifractales, on a souvent  $\alpha = 1$ . Dans cette étude, nous vérifions si la loi de puissance de Taylor s'applique à notre enregistrement de données de production et une analyse est menée dans un cadre multifractal.

## 2 Description des données expérimentales

Le site sur lequel sont effectuées les mesures est un site de falaise à Gros-Cap Petit-Canal situé en Guadeloupe (Antilles françaises). Les machines éoliennes sont implantées sur une centaine de mètres en aval du sommet d'une falaise qui mesure environ 60 mètres de hauteur et dont la ligne de crête est approximativement perpendiculaire à la direction moyenne du vent. Les données de production en sortie de la ferme éolienne sont recueillies avec une fréquence d'échantillonnage de 1 Hz sur une période de 3 ans. La figure 1 illustre un exemple de signal de production normalisé par la production maximale, en sortie de la ferme éolienne. Ceci met en évidence la forte variabilité de la production éolienne.



**Figure 1.** Exemple d'une série temporelle de production en sortie de la ferme éolienne considérée.

### 3 Loi de puissance de Taylor et multifractalité

Afin de vérifier si une série temporelle non-linéaire telle que la production en sortie d'une ferme éolienne, obéit à la loi de puissance de Taylor, nous avons étudié cette loi dans un contexte temporel, soit la loi d'échelle des fluctuations temporelles (Temporal Fluctuation Scaling ou TFS). Cette loi indique que la relation entre l'écart-type  $\sigma_\tau = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (p(t) - \langle p_\tau \rangle)^2}$  et la moyenne temporelle  $\langle p_\tau \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N p(t)$  d'un processus  $p(t)$  (estimés sur une certaine portion de longueur  $N$  de la série temporelle) suit, quel que soit l'échelle de temps  $\tau$ , une loi de puissance de la forme suivante [1] :

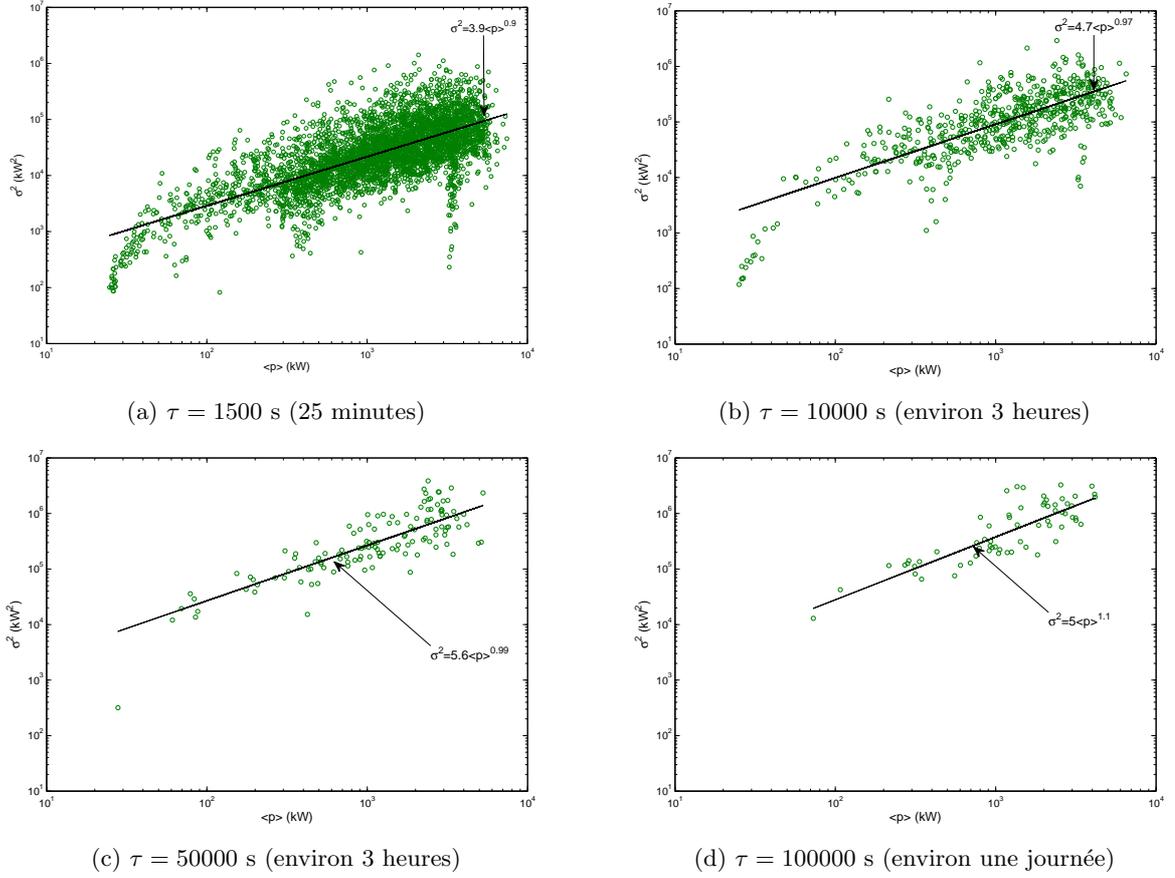
$$\sigma_\tau^2 = C \langle p \rangle^\alpha \quad (1)$$

avec  $\alpha$  l'exposant compris dans l'intervalle  $[1/2, 1]$ . De récents travaux proposent des explications quant à l'origine de cette loi de puissance. A. Fronczak and P. Fronczak in [2] émettent l'hypothèse que la loi de puissance de Taylor résulte du deuxième principe de la thermodynamique et du comportement de la densité des états. Cette hypothèse est basée sur des quantités physiques telles que l'énergie libre et d'un champ extérieur. Cependant W. Kendall et B. Jørgensen remarquent que la fonction génératrice des cumulants dérivés de ce modèle thermodynamique correspondent à une classe de modèle probabiliste appelées modèles Tweedie. Leur fondement phénoménologique repose sur le théorème central limite qui conduit de nombreux systèmes statistiques vers un modèle probabiliste Tweedie [3]. Le théorème de convergence Tweedie fournit une explication mathématique pour l'origine de la loi de Taylor et de bruit  $1/f$  applicable à un large éventail de processus biologiques, physiques et mathématiques, ainsi que pour la multifractalité [4]. Pour des champs passifs possédant des propriétés fractales ou multifractales résultant directement d'une cascade multiplicative, l'exposant  $\alpha = 1$ . Pour des processus non stationnaires à incréments stationnaires multifractals tels que le vent ou la production, la fonction  $\phi(h)$  caractérise l'invariance d'échelle des moments d'ordre  $q$  de l'incrément temporel du processus :  $\Delta p = p(t + \tau) - p(t)$ , telle que  $\langle \Delta p^q \rangle \approx \tau^{\phi(h)}$  [5]. Cette fonction décrit l'invariance d'échelle des fluctuations, à toutes les échelles et à toutes les intensités. La fonction  $\phi(h)$  renseigne sur la nature de l'invariance d'échelle d'une série non linéaire : i) si  $\phi(h)$  est linéaire, le processus considéré est fractal, ii) si  $\phi(h)$  est non-linéaire, le processus considéré est multifractal. En outre la concavité de cette fonction est une caractéristique de l'intermittence : plus la fonction est concave, plus l'intermittence du processus considéré est forte.

### 4 Résultats

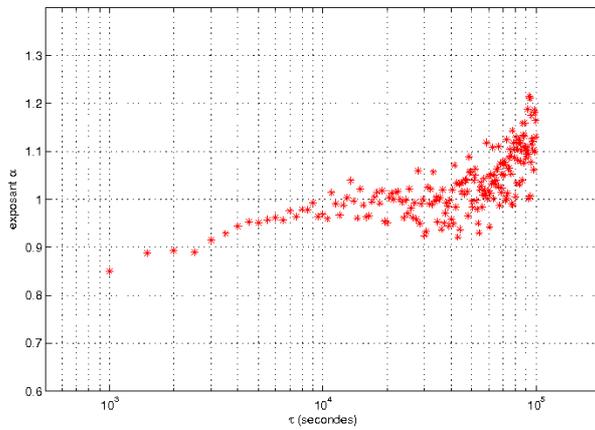
Dans cette partie, pour la première fois, nous vérifions si la loi de puissance de Taylor s'applique à des données de production éolienne. Pour ce faire, l'enregistrement de mesures est divisé en séquence de mesures consécutives de durée  $\tau$  ( $\tau \in [10^3 \text{ s}; 10^5 \text{ s}]$ ). Pour chacune de ces séquences, nous avons calculé la valeur moyenne  $\langle p \rangle$  et la variance  $\sigma^2$ ,  $\sigma$  étant l'écart-type. La figure 2 illustre l'évolution de la variance en fonction de la valeur moyenne en échelle log-log, pour des échelles de temps  $\tau = 1500 \text{ s}$ ,  $10^3 \text{ s}$ ,  $5 \cdot 10^4 \text{ s}$  et  $10^5 \text{ s}$ . Nous observons l'existence d'une loi de puissance entre  $\sigma^2$  et  $\langle p \rangle$ , représenté par une droite des moindres carrées pondérées [8,9], tracée en échelle log-log. Cette loi est en accord avec la loi de puissance de Taylor. Pour les cas présentés dans la figure 2, l'exposant  $\alpha$  de la loi de puissance de Taylor varie de 0.87 pour  $\tau = 1500 \text{ s}$  à 1.1 pour  $\tau = 10^5 \text{ s}$ .

La figure 3a présente les valeurs de l'exposant  $\alpha$  estimées en fonction des échelles de temps  $\tau$ . La dispersion de l'exposant est dépendante du nombre de séquences considérées : plus l'échelle de temps  $\tau$  augmente, plus le nombre de séquences obtenues pour estimer  $\alpha$  diminue. En moyenne,  $\alpha = 1.02 \pm 0.06$ . La figure 3b illustre l'histogramme de l'exposant  $\alpha$  : les valeurs les plus fréquentes se trouvent entre 1 et 1.05, par conséquent proche de la valeur 1. Ainsi, une analyse spectrale et multifractale a été effectuée sur les incréments temporels des données de production éolienne  $\Delta p = p(t + \tau) - p(t)$  en utilisant les fonctions de structure. La figure 4a illustre la densité spectrale  $E(f)$  pour la production éolienne en sortie de la ferme. Ce spectre met en évidence l'existence de deux régimes d'invariance d'échelle : i) pour des fréquences  $6.10^{-4} < f < 0.5 \text{ Hz}$  correspondant à des échelles de temps  $2 < \tau < 6.10^4 \text{ s}$ ,  $E(f)$  suit une loi

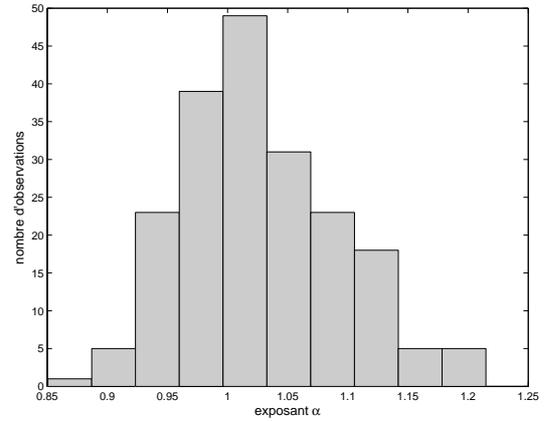


**Figure 2.** Evolution de la variance  $\sigma_p^2$  en fonction de la valeur moyenne  $\langle p \rangle$  des séries temporelles de production éolienne, pour différentes échelles de temps  $\tau$ , représentée en échelle log-log. Le couple  $(\langle p \rangle, \sigma_p^2)$  est modélisé par une loi de puissance de la forme  $\sigma_p^2 = C \langle p \rangle^\alpha$ .

de puissance  $E(f) \simeq f^{-\beta}$ , avec  $\beta = 1.67$  proche de la valeur exacte  $5/3$ , ii) pour des fréquences  $f < 6.10^{-4}$  Hz correspondant à des échelles de temps  $\tau > 6.10^4$  s (approximativement 17 heures),  $E(f)$  suit une loi de puissance  $E(f) \simeq f^{-\beta}$ , avec  $\beta = 1.27$ . La figure 4b présente les fonctions exposant d'échelle  $\phi_1(q)$  et  $\phi_2(q)$  respectivement pour des échelles de temps  $\tau < 6.10^4$  s et  $\tau > 6.10^4$  s. La concavité et la non-linéarité de ces deux fonctions, mettent en évidence les propriétés d'intermittence et de multifractalité de la production éolienne. Par ailleurs pour les échelles de temps  $\tau < 6.10^4$  s, le modèle log-normal  $\phi(h) = h/3 + \mu/18(3h - h^2)$  proposé par Kolmogorov [10], s'avère pertinent pour décrire ces fluctuations. La valeur de l'exposant de la loi de puissance de Taylor et l'analyse multifractale révèle les propriétés multifractales et d'intermittence de la production en sortie d'une ferme éolienne. Une simulation basée sur la résolution d'une équation stochastique log-normal [11,12], peut être envisagée pour ce type de série.

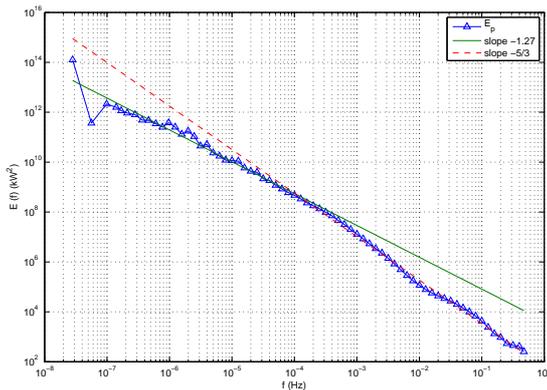


(a) Exposant  $\alpha$

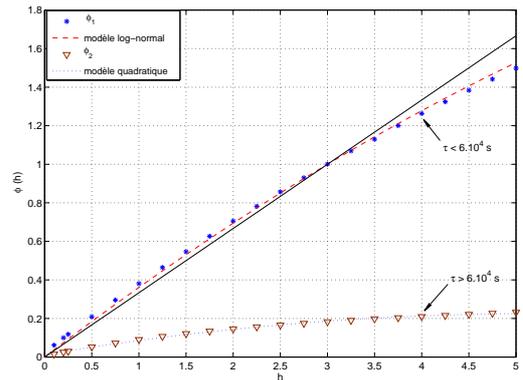


(b) Histogramme de l'exposant  $\alpha$

**Figure 3.** Valeurs de l'exposant  $\alpha$  en fonction des échelles de temps  $\tau \in [10^3 s; 10^5 s]$  et histogramme des valeurs de l'exposant  $\alpha$ .



(a) Densité spectrale  $E(f)$



(b) Fonctions exposant d'échelle  $\phi_1$  et  $\phi_2$

**Figure 4.** (a) Densité spectrale pour la production éolienne, en échelle log-log, et fonctions exposant d'échelle  $\phi(h)$  pour la production éolienne de la ferme considérée : i)  $\phi_1$  estimée pour des échelles de temps inférieures à  $6.10^4 s$ , et modélisée par le modèle log-normal (courbe en pointillés rouge). ii)  $\phi_2$  estimée pour des échelles de temps supérieures à  $6.10^4 s$ , et modélisée par une fonction quadratique (courbe en pointillés bleue).

## Références

1. Z. EISLER, I. BARTOS & J. KERTESZ, Fluctuation scaling in complex systems : Taylor's law and beyond, *Advances in Physics*, **57** (1), 89-142 (2008)
2. A. FRONCZAK & P. FRONCZAK, Origins of Taylor's power law for fluctuation scaling in complex systems, *Physical Review E*, **81**, 1 (2010)
3. W. S. KENDAL & B. JØRGENSEN, Taylor's power law and fluctuation scaling explained by a central-limit-like convergence, *Physical Review E*, **83**, 6 (2011)
4. W. S. KENDAL & B. JØRGENSEN, Tweedie convergence : A mathematical basis for Taylor's law power,  $1/f$  noise and multifractality, *Physical Review E*, **84**, 6 (2011)
5. D. SCHERTZER, S. LOVEJOY, F. G. SCHMITT, Y. CHIGIRINSKAYA & D. MARSAN, Multifractal cascade dynamics and turbulent intermittency, *Fractals*, **5** (3), 427-471 (1997)
6. D. WEISSER & R. S. GARCIA, Instantaneous wind energy penetration in isolated electricity grids : concepts and review, *Renewable Energy*, **30**, 1299-1308 (2004)
7. L. TAYLOR, Aggregation, variance and the mean, *Nature*, **189**, 732-735 (1961)
8. J. O. STREET, R. J. CARROLL & D. RUPPERT, A note on computing robust regression estimates via iteratively reweighted least squares, *The American Statistician*, **42**, 152-154 (1988)
9. N. R. DRAPER & H. SMITH, *Applied Regression Analysis*, Wiley series in probability and statistics (1998)
10. A. N. KOLMOGOROV, A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number, *Journal of Fluid Mechanics*, **13**, 82-85 (1962)
11. Y. X. HUANG, F. G. SCHMITT, Z. M. LU & Y. L. LIU, Analyse de l'invariance d'échelle de séries temporelles par la décomposition modale empirique et l'analyse spectrale de Hilbert. *Traitement du Signal*, **25**, 481-492 (2008)
12. R. CALIF & F. G. SCHMITT, Modeling of atmospheric wind speed sequence using a lognormal continuous stochastic equation, *soumis*.