

# Modèle de Landau–Langevin pour la description des bandes laminaires-turbulentes dans l’écoulement de Couette plan

Rolland Joran & Manneville Paul

Laboratoire d’hydrodynamique, École Polytechnique, route de Saclay, 91128 Palaiseau  
joran.rolland@ladhyx.polytechnique.fr

L’écoulement de Couette plan, comme d’autres écoulement cisailés, est linéairement stable pour tout nombre de Reynolds  $R$ . Cependant la turbulence peut exister dans l’écoulement pour  $R > R_g$  : la transition est discontinue et permet la coexistence de domaines laminaires et turbulents. Pour  $R < R_t$  cette cohabitation prend la forme de bandes obliques alternativement laminaires et turbulentes [1]. La fraction turbulente croît avec le nombre de Reynolds pour approcher 1 à  $R_t$ . Près de  $R_t$ , le motif se désorganise. Le mécanisme permettant de maintenir ces fronts est jusqu’à présent inconnu.

L’étude statistique de la formation du motif est réalisées à l’aide de simulations numériques directes à basse résolution, qui permettent de faire une étude semi-quantitative à coût numérique raisonnable [2]. Une fraction turbulente étant insuffisante pour quantifier la présence d’une modulation de la turbulence, on définit un couples de paramètres d’ordre complexes (un pour chaque orientation) à partir du mode de Fourier fondamental du motif. Une procédure de moyennage permet de faire une étude paramétrique (nombre de Reynolds et nombres d’onde) en petit domaine (une à deux longueurs d’onde) [3]. La phase du motif, variable neutre, dépend du temps : on montre que sa dynamique a toutes les caractéristiques d’une marche aléatoire. Près de  $R_t$ , la turbulence uniforme se manifeste comme un état métastable.

La sélection d’un nombre d’onde et la proximité de  $R_t$  permet la compétition entre longueur d’onde et orientation : le système peut sauter d’une orientation à une autre. On montre qu’il s’agit d’un processus de Poisson, et qu’un temps de résidence moyen peut être défini ; ce temps est d’autant plus grand que  $R$  est inférieur à  $R_t$  [4]. On peut faire la correspondance entre ce désordre temporel, et le désordre spatio-temporel qui se manifeste dans les expériences à grand rapport d’aspect.

On montre [3,4] qu’un modèle de Landau–Langevin pour deux paramètre d’ordres complexe permet de décrire l’ensemble des caractéristiques du motif, avec un faible nombre de paramètre ajustables [3].

$$\tau_0 \partial_t A_{\pm} = \left[ (1 - R/R_t - \xi_x^2 \delta k_x^2 - \xi_z^2 \delta k_z^2) - g_1 |A_{\pm}|^2 - g_2 |A_{\mp}|^2 \right] A_{\pm} + \zeta_{\pm}(t)$$

La compétition entre orientation peut se reformuler en terme de processus à saut et de temps de premier passage d’un état à un autre, et on exprime de manière simple le temps de premier passage moyen à l’aide des paramètres du modèle [4].

## Références

1. A. Prigent *et al.*, *Large-Scale Finite Wavelength Modulation within Turbulent Shear Flows*, Phys. rev. let., 89 014501 (2002)
2. P. manneville, J. Rolland, *On modelling transitional turbulent flows using under-resolved direct numerical simulations : the case of plane Couette flow*, Theor. Comput. Fluid Dyn., *in press* (2010)
3. J. Rolland, P. Manneville, *Ginzburg-Landau description of laminar-turbulent oblique bands in transitional plane Couette flow*, Eur. Phys. J. B, *submitted*
4. J. Rolland, P. Manneville, *Pattern fluctuations in transitional plane Couette flow*, J. Stat. Phys, *submitted*