Prédire les catastrophes ?

Yves Pomeau[1], Martine Le Berre[2], Jean-Louis Le Mouël[3], Clement Narteau[3] & Patrice Fromy[3]

[1] Department of Mathematics, University of Arizona, Tucson, USA.
[2] Institut des Sciences Moléculaires d'Orsay ISMO-CNRS, Univ. Paris-Sud, Bat. 210, 91405 Orsay Cedex.
[3] Institut de Physique du Globe de Paris, 1 rue Jussieu, 75 238 Paris, Cedex 05.
[4] Direction Informatique, Univ. Paris-Sud, Bat. 210, 91405 Orsay Cedex.
`Martine.le-berre@u-psud.fr`

Nous proposons une description générique de systèmes dynamiques déterministes, puis stochastiques, sujets à une transition d'amplitude finie lorsqu'un paramètre à variation lente traverse un seuil critique. Un tremblement de terre dû au mouvement lent des plaques tectoniques est un exemple d'une telle transition, qui n'est pas induite par une catastrophe externe, mais par une dynamique intrinsèque (celle du glissement lent/seculaire des plaques) à laquelle s'ajoute toujours un petit bruit extérieur de sources très diverses (variation de la pression intersticielle, chocs des vagues sur le côtes, etc..). Nous montrons que la réponse du système à ces sources de bruit, qui est en géophysique le signal microsismique, peut être utilisée pour prédire la catastrophe.

Négligeant tout d'abord le bruit, le glissement des plaques conduit à des contraintes seuils induisant un glissement rapide, le tremblement de terre. Ce phénomène montre clairement deux échelles de temps, celle (lente) de la tectonique et celle (rapide) du tremblement de terre lui-même. Ceci donne l'idée de le représenter par un flot de gradient subissant une bifurcation noeud-col lors de la variation d'un paramètre. Dans une bifurcation noeud-col deux équilibres, l'un stable, l'autre instable se confondent pour faire disparaître ensuite localement tout équilibre, au moins en codimension 1, ce qui conduirait génériquement à une divergence de la solution. Faisant varier maintenant très lentement le paramètre de contrôle, on obtient une dynamique qui reste "fortement" non autonome au voisinage de la transition. Approchant cette dynamique par un mouvement aristotélicien très amorti dans un potentiel localement cubique, on obtient une équation du mouvement locale sans paramètre, intégrable, non-autonome et non linéaire. Nous étudions cette transition et son raccordement avec la dynamique lente aux temps longs : la présence d'un nouvel état d'équilibre stable impose d'introduire un terme non linéaire supplémentaire qui permet d'éliminer la divergence, mais introduit un paramètre sans dimension.

Dans un cadre général ce modèle permet de se poser de facon rationnelle la question de la possibilité de prédire la transition par des observations. Dans de nombreux cas, dont celui de la tectonique, un bruit extérieur existe, aux effets souvent détectables, ce qui conduit à étudier un système stochastique. Nous montrons que la réponse du système à ces sources de bruit (le signal microsismique) subit des changements importants juste avant la transition : son amplitude augmente, et sa fréquence typique devient plus basse, en raison du rappel de plus en plus faible vers l'équilibre quand la transition noeud-col approche. Dans le cas de la tectonique des plaques la grandeur caractéristique est le déplacement horizontal relatif des deux bords de la faille, et l'existence d'un nouvel état d'équilibre introduit un paramètre sans dimension très petit, qui peut être estimé comme le rapport de la durée d'un tremblement de terre à l'intervalle entre séismes. On mesure le bruit microsismique avec des accéléromètres très sensibles, mesures dont on peut corréler le résultat avec le déplacement GPS lent géodésique. Les données semblent bien faire apparaître un lien entre bruit microsismique et déplacement GPS. On peut penser à d'autres applications de notre modèle de transition "catastrophique" par dynamique intrinsèque, par exemple pour certaines éruptions volcaniques ou des phénomènes socio-politiques, que l'on évoquera.