Comment le cortex traite t-il la texture des images $I(x, y)$ transmises par la rétine ?

co-auteurs : G. Faye, O. Faugeras (INRIA Sophia Antipolis)

Hypothèse : la "colonne" corticale associée au point $(x, y)$ évalue le tenseur de structure $\mathcal{T} = (\nabla I \otimes {}^t\nabla I) \star g_\sigma \mathbf{I_2}$ ($g_\sigma$ gaussienne), pour une portion d'image centrée en $(x, y)$.

Modèle du type Wilson-Cowan pour le potentiel de membrane $V(\mathcal{T}, t)$ de la colonne :

$$\partial_t V(\mathcal{T}, t) = -V(\mathcal{T}, t) + \int_{\mathcal{H}} w(d(\mathcal{T}, \mathcal{T}'))S(V(\mathcal{T}', t))\, d\mathcal{T}' + I_{ext}(\mathcal{T}, t)$$

où $\mathcal{H}$ est le cône des matrices symétriques déf. positives, $d(\mathcal{T}, \mathcal{T}')$ une distance dans $\mathcal{H}$, $w$ une fonction "chapeau mexicain" et $S$ une saturation non linéaire (sigmoïde).

Si $I_{ext} = 0$ (pas d'input), problème de formation spontanée de structures (hallucinations ?) dans l'espace $\mathcal{H}$ (paramètre de bifurcation = pente de $S$).

Invariance par le groupe des isométries de $\mathcal{H}$ : $GL(2, \mathbb{R})$.

## Bifurcation de structures périodiques dans $\mathcal{H}$

On suppose $\det(\mathcal{T}) = 1$, d'où $\mathcal{H}$ devient le plan hyperbolique $\mathcal{D}$ (disque de Poincaré) et $GL(2, \mathbb{R})$ devient $U(1,1)$ (groupe des isométries de $\mathcal{D}$).

Structures périodiques dans $\mathcal{D}$ = invariantes par un groupe de pavage $\Gamma$ de $\mathcal{D}$.

Méthode : 1. identifier les modes propres invariants par $\Gamma$, 2. utiliser les méthodes de bifurcation avec symétrie.

Exemple : le pavage par des octogones réguliers.
Résultat : classification complète des bifurcations de patterns stationnaires avec cette périodicité.