Fluctuations hors équilibre d'une interface entre deux fluides visqueux

M. Thiébaud[1] & T. Bickel[1]

CPMOH, Université de Bordeaux et CNRS (UMR 5798), 351 cours de la libération, 33405 Talence cedex
m.thiebaud@cpmoh.u-bordeaux1.fr

Le but de l'étude est de traiter les propriétés statistiques d'une interface entre deux fluides visqueux sous l'effet du cisaillement dans une géométrie plane. Ce système stationnaire hors équilibre peut améliorer la compréhension de la physique statistique hors équilibre. L'étude des propriétés statistiques est assez simple pour être abordée analytiquement et assez sophistiquée pour présenter les caractéristiques des états stationnaires hors équilibre, comme le montre une expérience effectuée par Derks et ses collaborateurs [1]. Une interface entre deux fluides newtoniens particulaires (diamètre ~ 100 nm) est cisaillée et on constate une diminution de sa rugosité.

La première partie du travail consiste à formaliser la suppression des fluctuations d'une interface par les effets visqueux sous cisaillement. On néglige les effets inertiels. Le raisonnement employé est similaire à celui utilisé pour obtenir la relation de dispersion des ondes capillaires : on réalise un développement en $\sqrt{k_B T/(\sigma l_c^2)}$ où k_B est la constante de Boltzmann, T la température, σ la tension de surface et l_c la longueur capillaire. Le calcul est poussé jusqu'à l'ordre deux, ordre le plus bas où apparaît le couplage entre interface et cisaillement. L'interface, caractérisée par sa hauteur h, vérifie la relation suivante dans l'espace de Fourier des vecteurs d'ondes $\boldsymbol{q}$:

$$\partial_t h(\boldsymbol{q},t) = -\frac{1}{\tau_q} h(\boldsymbol{q},t) - i\dot{\gamma}_{eff} \int \frac{d\boldsymbol{k}}{(2\pi)^2}\, k_x\, h(\boldsymbol{k},t) h(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{k},t) + \varphi(\boldsymbol{q},t) \tag{1}$$

où τ_q est le temps de relaxation à l'équilibre, k_x la projection du vecteur d'onde $\boldsymbol{k}$ selon la direction du cisaillement, $\dot{\gamma}_{eff}$ un taux de cisaillement effectif (fonction des viscosités des fluides) et φ représente les fluctuations thermiques, égales au bruit blanc gaussien de l'équilibre.

Cette équation appartient à une classe plus générale d'équations non linéaires stochastiques, les équations de Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) [2]. Cette famille d'équations apparaît dans de nombreux problèmes de matière molle mais habituellement à la suite de raisonnements phénoménologiques. Dans le cas présenté ici, l'équation KPZ est dérivée de manière rigoureuse sans autre hypothèse que le régime surarmorti.

Cette classe d'équations ne peut être résolue exactement. La première méthode à envisager est de considérer la non-linéarité comme petite. D'après cette méthode, le paramètre de contrôle de la non-linéarité est $\alpha = \sqrt{k_B T/(\sigma l_c^2)} \times \dot{\gamma}_{eff} \tau_c$ où τ_c est le temps capillaire. La solution présentée dans la suite est donc valable pour $0 \leq \alpha < 1$. En revenant dans l'espace réel, on constate bien une diminution de la rugosité selon $\langle h^2(\boldsymbol{r}\rangle (\dot{\gamma}) = \langle h^2(\boldsymbol{r})\rangle (0)(1 - K\alpha^2 + o(\alpha^4))$. Dans cette expression, K est une constante universelle dans le sens où elle ne dépend ni des propriétés du fluide ni des contantes élastiques de l'interface. Le modèle ci-dessus donne $K = 0,087$ tandis que la régression des points expérimentaux donne $K = 0,246$.

Plusieurs pistes sont à exploiter pour expliquer le décalage entre le modèle hydrodynamique et les résultats expérimentaux. En particulier, la séparation des différentes échelles de longueur n'est pas clairement respectée dans l'expérience. Nous n'avons considéré pour l'instant que les effets visqueux, il reste au moins à considérer les effets inertiels et les effets de parois.

Références

1. D. Derks, Suppression of Thermally Excited Capillary Waves by Shear Flow, *PRL*, **97**, 038301 (2006).
2. M. Kardar, Dynamic Scaling of Growing Interfaces, *PRL*, **56**, 889-892 (1986).