

Thermalisation anormale d'ondes unidimensionnelles

Suret Pierre¹, Picozzi Antonio², Hans R. Jauslin², & Randoux Stéphane¹

¹ Laboratoire PHLAM, bât. P5, Université des Sciences et Technologies de Lille, 59655 Villeneuve d'Ascq

² Institut Carnot de Bourgogne, UMR 5029 CNRS-Université de Bourgogne, Dijon, France

pierre.suret@univ-lille1.fr

La question de la thermalisation d'un système non linéaire Hamiltonien a déjà été largement explorée dans le cadre de la problématique Fermi-Pasta-Ulam et connaît un regain d'intérêt récent dans l'étude des condensats de Bose Einstein *unidimensionnels* [1]. La thermalisation d'un système Hamiltonien d'ondes incohérentes se manifeste par une évolution irréversible de l'onde vers un état d'équilibre 'thermodynamique', le spectre de Rayleigh-Jeans (RJ). Comme le décrit la théorie de turbulence faible[2], cet état se caractérise par un maximum de l'entropie hors-équilibre. Nous étudions théoriquement et expérimentalement la thermalisation d'ondes optiques *unidimensionnelles* se propageant dans une fibre optique. Nous avons identifié un phénomène de thermalisation anormale qui se traduit par une relaxation du système vers une nouvelle famille de distributions d'équilibre qui ne vérifient pas une équipartition d'énergie. Ce phénomène est lié à l'existence d'un invariant *local* J_ω dans l'espace des fréquences; soulignons que cette famille de distributions est de nature radicalement différente d'une distribution de Rayleigh-Jeans généralisée qui serait obtenue avec la contrainte d'un invariant *global* supplémentaire.

La propagation de lumière non polarisée dans une fibre optique est décrite par une équation de Schrödinger non linéaire vectorielle (NLSV)

$$iD_1A_1 = -\alpha_1\partial_{tt}A_1 + \gamma(|A_1|^2 + \kappa|A_2|^2)A_1; \quad iD_2A_2 = -\alpha_2\partial_{tt}A_2 + \gamma(|A_2|^2 + \kappa|A_1|^2)A_2 \quad (1)$$

où (A_1, A_2) se réfèrent aux états de polarisation orthogonaux, $D_{1,2} = (\partial_z + u_{1,2}\partial_t)$. Comme attendu, les simulations numériques de NLSV révèlent une thermalisation des ondes vers la distribution de RJ, i.e., *un spectre lorentzien dont les queues exhibent une équipartition d'énergie*, $n^{th} \sim \omega^{-2}$. Il peut cependant arriver que les conditions de résonances de l'interaction à quatre-ondes soient dégénérées, e.g., lorsque $\alpha_1 = \alpha_2$ (e.g., masses atomiques identiques dans un condensat binaire). Dans ce cas les Eqs.(1) admettent un état d'équilibre *ne satisfaisant pas une équipartition d'énergie*. La théorie cinétique révèle en fait l'existence d'un nouvel invariant local $J_\omega = n_1(\omega) + n_2(\omega)$ dans l'espace des fréquences, $n_{1,2}$ étant les spectres des ondes $A_{1,2}$. L'effet de thermalisation se trouve ainsi contraint par la conservation de cet invariant, ce qui empêche le système de relaxer vers le spectre de RJ d'entropie maximale. Nous avons montré qu'il existe cependant un théorème H et que le système relaxe vers un état d'équilibre qui prend par exemple la forme suivante quand $u_1 = u_2$:

$$n_1^{eq}(\omega) = J_\omega/2 - \left[\sqrt{1 + \lambda^2 J_\omega^2/4} - 1 \right] / \lambda \quad (2)$$

$n_1^{eq}(\omega)$ dépend de la condition initiale et le spectre de RJ est un cas particulier appartenant à cette nouvelle famille d'équilibre. Ce phénomène de thermalisation anormale apparait dans d'autres systèmes (NLS scalaire avec dispersion d'ordre 3 par exemple) quand les conditions de résonances sont dégénérées.

Ce phénomène a été mis en évidence expérimentalement en injectant deux ondes incohérentes polarisées circulairement droite et gauche dans une fibre optique quasi-isotrope. Après une propagation dans une longueur typique de 1m pour une puissance crête de 1kW nous observons une évolution des deux spectres vers la nouvelle distribution d'équilibre (2).

Références

1. E. g., T. Kinoshita, T. Wenger, D.S. Weiss, *A quantum Newton's cradle*, Nature **440**, 900 (2006).
2. V.E. Zakharov, V.S. L'vov, G. Falkovich, *Kolmogorov Spectra of Turbulence I* (Springer, Berlin, 1992).