

Détection de non-linéarité par titrage du bruit : encore une technique dépendant du choix de l'observable.

E. Roulin, U. Santos Freitas, & C. Letellier

CORIA UMR 6614 — Université et INSA de Rouen, BP. 12, 76801 Saint-Etienne du Rouvray cedex
roulin@coria.fr

L'identification d'une **dynamique chaotique** à partir de données expérimentales constitue un véritable défi, principalement parce qu'elle requiert la preuve formelle d'un déterminisme sous-jacent. Même si des modèles déterministes ont déjà été obtenus à partir de données expérimentales [1,2], il est rare de pouvoir fournir cette preuve de façon satisfaisante dans le cas de systèmes biologiques [3,4].

Toutefois, un aspect plus simple à aborder est la détection de la présence ou non d'un **processus non-linéaire** gouvernant la dynamique. La technique dite de « titrage du bruit » (*noise titration technique*) développée par Mauricio Barahona et Chi-Sang Poon [5,6], et basée sur la comparaison entre les prédictions à un pas en avant d'un modèle linéaire et celles issues d'un modèle non-linéaire, est relativement efficace, à condition qu'elle soit utilisée dans de bonnes conditions, c'est-à-dire à partir de données correctement enregistrées (fréquence d'échantillonnage adaptée, par exemple) et avec des modèles qui permettent une comparaison non biaisée (par de grandes différences dans leurs structures), d'un enregistrement à l'autre.

En procédant à l'analyse de la dynamique sous-jacente au système de Rössler [7] par titrage du bruit, nous montrons qu'il existe un lien entre les difficultés de détection de la composante non-linéaire d'une dynamique et la notion d'**observabilité** [8] dépendant de la variable choisie pour l'analyse. Enfin, nous montrons qu'il existe des conditions d'échantillonnage des données et des valeurs optimales des paramètres de structure des modèles prérequis à la technique de titrage du bruit. Il est également montré que le titrage du bruit ne peut pas être utilisé comme une estimation absolue du « degré de chaoticité » comme cela avait été annoncé initialement [6].

mots-clés : déterminisme, détection de non-linéarité, observabilité.

Références

1. J. MAQUET, C. LETELLIER & L. A. AGUIRRE, Global models from the Canadian Lynx cycles as a first evidence for chaos in real ecosystems, *Journal of Mathematical Biology*, **55** (1), 21-39, 2007.
2. L. A. AGUIRRE, C. LETELLIER & J. MAQUET, Forecasting the time series of sunspot numbers, *Solar Physics*, **241**, 103, 2008.
3. U. S. FREITAS, E. ROULIN, J.-F. MUIR & C. LETELLIER, Identifying determinism underlying heart rate : the right task?, *Chaos*, **19**, 028505, 2009.
4. U. S. FREITAS, E. ROULIN & C. LETELLIER, Failure for distinguishing colored noise from chaos by the "Noise titration" technique, *Physical Review E*, **79**, 035201, 2009.
5. M. BARAHONA & C.-S. POON, Detection of nonlinear dynamics in short noisy time series, *Nature*, **381**, 215-217, 1996.
6. C.-S. POON & M. BARAHONA, Titration of chaos with added noise, *Proceedings of the National Academy of Sciences (USA)*, **98**, 7107-7112, 2001.
7. O. E. RÖSSLER, An equation for Continuous Chaos, *Physics Letters A*, **57** (5), 397-398, 1976.
8. C. LETELLIER, J. MAQUET, L. LE SCELLER, G. GOUESBET & L. A. AGUIRRE, On the non-equivalence of observables in phase space reconstructions from recorded time series, *Journal of Physics A*, **31**, 7913-7927, 1998.