

# Analyse du rôle des conditions aux limites acoustiques non linéaires dans les instabilités de combustion

Thierry Schuller<sup>1</sup>, Nicolas Tran<sup>1</sup>, Nicolas Noiray<sup>1</sup>, Daniel Durox<sup>1</sup>, & Sébastien Ducruix<sup>1</sup> & Sébastien Candel<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire EM2C, Ecole Centrale Paris et CNRS, 92295 Châtenay-Malabry

<sup>2</sup> Ecole Centrale Paris et Institut Universitaire de France

thierry.schuller@em2c.ecp.fr

**Résumé.** Les déclenchements à partir d'un seuil, les décalages de fréquence, les commutations de mode et les phénomènes d'hystérésis sont caractéristiques de beaucoup de systèmes présentant des instabilités thermo-acoustiques. Ces mécanismes ne peuvent être décrits par des analyses classiques de stabilité linéaire et la réponse non linéaire de la flamme est souvent évoquée pour interpréter ces phénomènes. Il existe cependant d'autres interactions responsables de fortes non linéarités. Plusieurs études récentes montrent que la réponse des conditions aux limites acoustiques de la chambre de combustion dépend également du niveau des perturbations. Ces phénomènes doivent être pris en compte dans l'analyse de la dynamique du système. Ceci est illustré à l'aide de deux exemples. Le premier correspond à une plaque perforée située sur une cavité résonante et traversée par un écoulement lent. La seconde correspond à une collection de petites flammes coniques stabilisées à la sortie d'un brûleur. Ces systèmes sont soumis à des perturbations acoustiques d'amplitude croissante, jusqu'à atteindre des niveaux typiques d'instabilités de combustion. On montre que leur dynamique peut être analysée par une réponse qui dépend du niveau de la perturbation. On généralise pour cela la notion d'impédance  $Z(\omega)$  par son extension non linéaire qui tient compte du niveau d'amplitude  $Z(\omega, |p'| \text{ ou } |u'|)$  où  $|p'|$  et  $|u'|$  représentent les niveaux des perturbations de pression ou de vitesse. En utilisant ce concept, on montre qu'une plaque perforée utilisée comme système de contrôle passif pour atténuer des instabilités perd ses propriétés absorbantes pour des niveaux d'amplitude élevée. On montre également que la réflexion des ondes acoustiques sur une flamme est modifiée à forte amplitude et que la stabilité d'un foyer peut fortement être affectée.

**Abstract.** Triggering, frequency shifting, mode switching and hysteresis are commonly encountered during self-sustained oscillations in combustors. These mechanisms cannot be anticipated from classical linear stability analysis and the nonlinear flame response to incident flow perturbations is often invoked to interpret these features. However, the flame may not be solely responsible for nonlinearities. Recent studies indicate that interactions with boundaries can be influenced by the perturbation level and that this needs to be considered. The nonlinear response of acoustic boundary conditions to flow perturbations is here exemplified in two configurations which typify practical applications. The first corresponds to a perforated plate backed by a cavity conveying a bias flow and the second corresponds to a set of flames stabilized at a burner outlet. These systems are submitted to acoustic perturbations of increasing amplitudes as can be encountered during unstable operation. It is shown that these terminations can be characterized by an impedance featuring an amplitude dependent response. The classical linear impedance  $Z(\omega)$  is then replaced by its nonlinear counterpart an Impedance Describing Function (IDF), which depends on the perturbation level input  $Z(\omega, |p'| \text{ or } |u'|)$ . Using this concept, it is shown that the passive perforated plate optimized to damp instabilities of small amplitudes may eventually lose its properties when submitted to large sound pressure levels and that the flame response shifts when the amplitude of incoming flow perturbations is amplified.

## 1 Introduction

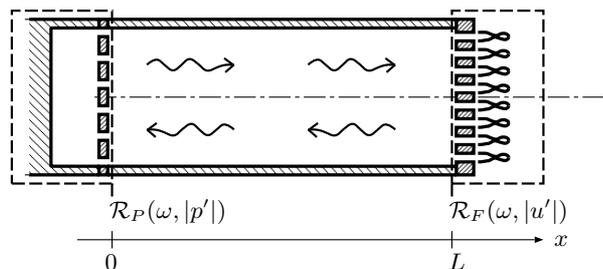
Les instabilités de combustion sont un frein au développement de foyers à haute performance environnementale. Elles apparaissent notamment dans les turbines à gaz pour la production d'électricité, les chaudières thermiques de faible puissance (quelques kW) ou à grande puissance (quelques centaines de MW), les fours, les procédés industriels, les foyers de moteurs d'avions et les moteurs fusées. Elles sont caractérisées par des oscillations périodiques importantes du dégagement de chaleur et de la pression

dans la chambre de combustion lorsqu'elles ont atteint leur cycle limite. Ces oscillations se développent généralement à partir de perturbations d'amplitude infinitésimale [1], mais peuvent également résulter de déclenchements non linéaires suite à des perturbations d'amplitude finie [2]. Lors de la transition vers l'instabilité, des fluctuations d'amplitudes croissantes interagissent avec l'écoulement, la flamme et les limites de la chambre de combustion. Il est donc important de caractériser la réponse acoustique de chacun de ces éléments et en particulier leur sensibilité au niveau d'amplitude des ondes incidentes. Ces phénomènes non linéaires doivent être considérés dans les analyses de stabilité.

La réponse non linéaire d'éléments souvent présents aux limites de foyers est mis en évidence dans cet article dans deux configurations et on montre que leur interaction mutuelle peut modifier la stabilité du foyer. Dans le premier cas, la réponse d'une collection de flammes coniques stabilisées sur une plaque et soumises à des perturbations de l'écoulement est étudiée en fonction du niveau de modulation. Dans le deuxième cas, la non linéarité est mise en évidence sur une plaque perforée en limite de système traversée par un écoulement et soumise à des perturbations acoustiques. Une analyse de stabilité non linéaire est conduite en utilisant les résultats des expériences menées en régime forcé pour caractériser leur interaction mutuelle. La convention suivante est utilisée pour désigner des fluctuations harmoniques :  $b = \bar{b} + b' = \bar{b} + \tilde{b} \exp(-i\omega t)$  où  $\bar{b}$  et  $b'$  désignent respectivement les composantes moyenne et fluctuante et  $\omega$  est la fréquence angulaire.

## 2 Analyse non linéaire de stabilité

La configuration étudiée est un brûleur générique présentant deux éléments non linéaires pouvant interagir entre-eux qui sont représentés schématiquement sur la figure Fig. 1. Le premier élément est actif et comprend une collection de petites flammes coniques laminaires stabilisées sur une plaque perforée dont la réponse acoustique dépend du niveau des perturbations incidentes. Le deuxième élément placé à l'autre extrémité de la cavité est une plaque perforée fermée par une petite cavité résonante. Ce type de système est souvent utilisé pour atténuer les instabilités grâce à son pouvoir d'absorption acoustique. Cet exemple illustre des situations plus complexes dans lesquelles la dynamique de la zone de réaction interfère avec la réponse aux limites de la chambre de combustion.



**Fig. 1.** Schéma d'un brûleur équipé d'un système de contrôle d'impédance en  $x = 0$  et d'une plaque perforée pour stabiliser des petites flammes coniques à sa sortie en  $x = L$ .

Le coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_F$  des flammes dépend du niveau des perturbations de vitesse incidentes à la base des flammes  $|u'|$  alors que le coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_P$  de la plaque absorbante traversée par un écoulement dépend du niveau de la fluctuation de la vitesse dans les trous de la plaque.

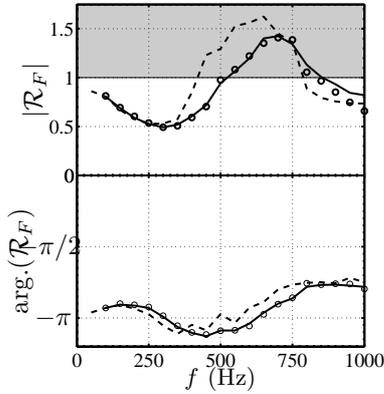
On étudie d'abord la réponse des flammes stabilisées sur la plaque perforée lorsque le système est soumis à des perturbations de l'écoulement générées grâce à un haut parleur. La configuration étudiée comprend une plaque percée de  $N = 420$  trous de rayon  $r = 1$  mm distribués selon un motif carré et qui sont utilisés pour alimenter des petites flammes coniques laminaires. La porosité de la plaque est de  $\sigma = 0.34$  et elle est alimentée par un mélange de méthane et d'air de richesse  $\phi = 0.86$  pour un débit

masse totale  $\dot{m} = 5.4 \cdot 10^{-3} \text{ kg s}^{-1}$ . Dans ces expériences, le niveau de modulation de vitesse  $u'_{\text{rms}}/\bar{u}$  est contrôlé par un fil chaud placé juste en amont de la plaque perforée au centre du dispositif. Plus de détails sur ce dispositif expérimental peuvent être trouvés dans les références [3,4,2].

Comme les flammes sont sensibles au niveau d'amplitude des perturbations incidentes, le coefficient de réflexion de ce système peut être caractérisé par une impédance  $Z_F$  située en  $x = 0$  qui dépend du niveau d'amplitude  $|u'|$ . On définit alors une nouvelle fonction IDF, Impedance Describing Function, pour représenter cette dépendance :

$$Z_F(\omega, |u'|) = \frac{p'(x=0)}{u'(x=0)} \quad (1)$$

Cette fonction IDF représente la réponse acoustique de tous les éléments en aval du système étudié qui sont vus depuis la cavité située en  $x = 0$ . Cette fonction généralise la notion d'impédance linéaire classique par une fonction qui dépend de la fréquence angulaire  $\omega$  et du niveau de perturbation  $|u'|$ . Cette réponse peut être déterminée sur la base de mesures acoustiques et peut être intéressante lorsque les accès optiques sont limités pour caractériser la dynamique non linéaire des flammes [5,6,7].



**Fig. 2.** Module  $|\mathcal{R}_F|$  et phase  $\arg(\mathcal{R}_F)$  du coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_F$  à la sortie du brûleur en  $x = L$  pour différents niveaux de modulation  $u'_{\text{rms}}/\bar{u} = 0.1$  ( $\circ$ ),  $0.2$  (—) et  $0.4$  (---) sur la gamme de fréquences 100 à 1000 Hz.

Des mesures du coefficient de réflexion de ces flammes sur la gamme de 100 à 1000 Hz sont entreprises à l'aide de la méthode des trois microphones décrites par Chung & Blaser [8,9]. Les résultats  $\mathcal{R}_F = |\mathcal{R}_F| \exp(i \times \arg(\mathcal{R}_F))$  sont présentés pour trois niveaux de modulation  $u'_{\text{rms}}/\bar{u} = 0.1, 0.2$  et  $0.4$  sur la figure Fig. 2. Les données correspondant aux niveaux  $u'_{\text{rms}}/\bar{u} = 0.1$  et  $0.2$  se superposent indiquant qu'il n'y a pas de dépendance vis à vis du niveau de modulation pour des perturbations de faibles amplitudes. Ce régime linéaire prévaut tant que  $u'_{\text{rms}}/\bar{u} = 0.2$ . Lorsque le niveau de modulation est augmenté au-delà de ce seuil, la réponse des flammes est modifiée et la réflexion des ondes acoustiques dévie du comportement observé à plus faibles amplitudes. On remarque également que le module du coefficient de réflexion  $|\mathcal{R}_F|$  prend des valeurs supérieures à l'unité pour des fréquences comprises entre 500 et 800 Hz lorsque le niveau de modulation reste modéré ( $\leq 0.2$ ), mais que la limite basse fréquence est décalée vers 400 Hz lorsque l'amplitude de modulation atteint 0.4. Les valeurs du coefficient de réflexion supérieures à l'unité indiquent qu'une partie de l'énergie acoustique est renvoyée vers la cavité intérieure. L'onde acoustique réfléchie d'amplitude  $\bar{p}_0^-$  prend des valeurs supérieures à la perturbation incidente d'amplitude  $\bar{p}_0^+$ .

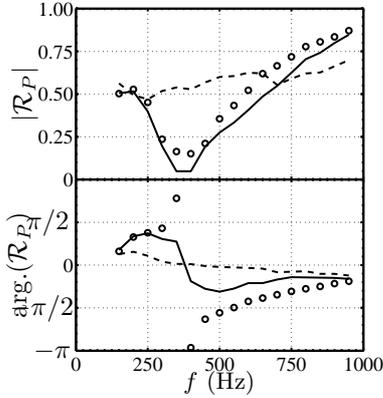
On peut donc également conclure qu'en l'absence de modulation externe, les perturbations internes à l'écoulement vont s'amplifier dans cette gamme de fréquences et peuvent générer des instabilités auto-entretenues [4]. La bande de fréquences dans laquelle les perturbations réfléchies sont amplifiées par la flamme dépend du niveau d'oscillation et s'élargit dans ce cas lorsque le niveau augmente. Il est donc clair que le niveau d'amplitude doit être pris en compte dans les analyses de stabilité. L'analyse de la stabilité linéaire et non linéaire d'un brûleur constitué d'une cavité résonante et équipé à l'une de ses extrémités avec ce type d'élément actif a été conduite par Noiray et al. [2]. Différents régimes instables ont été observés lorsque la taille  $L$  de la cavité amont est modifiée. Des phénomènes tels que des déclenchements d'instabilités à partir d'un seuil, des changements de fréquences, des sauts de modes et des hystérésis ont été mis en évidence. Une méthode de prévision de ces phénomènes basée sur l'analyse de la réponse de la flamme en régime forcé pour différents niveaux d'amplitude a été développée. Elle permet de reproduire la majorité des phénomènes observés aux cycles limites. Dans cette configuration, l'extrémité en regard des flammes présente une condition parfaitement réfléchissante pour les ondes acoustiques ( $\mathcal{R}_P = 1$ , Fig. 1).

La plaque à l'arrière de la cavité résonante est maintenant remplacée par un système de contrôle passif situé en regard de la zone de combustion (Fig. 1). Celui-ci est constitué d'une plaque perforée combinée à une cavité résonante et permet d'atténuer les ondes réfléchies sur la gamme de fréquences de 100 à 1000 Hz. La réponse acoustique d'une plaque perforée de faible porosité  $\sigma = 1.48\%$  fermée par d'une cavité

fermée d'une longueur  $L_b = 15$  cm est caractérisée pour différents niveaux d'amplitude mesurés par le niveau sonore atteint au fond de la cavité. La plaque en acier a une épaisseur  $l = 1$  mm et comprend un réseau régulier de trous de rayon  $r = 0.5$  mm séparés d'une distance  $d = 7$  mm selon des motifs carrés. La plaque est traversée par un écoulement qui acquiert une vitesse  $\bar{u} = 3$  m s<sup>-1</sup> dans les trous. Cette valeur correspond à la vitesse optimale déterminée pour obtenir une condition quasi non-réfléchissante pour une fréquence  $f=400$  Hz dans la limite des perturbations acoustiques de faible amplitude [10] :

$$\mathcal{R}_P = \frac{(ikd^2/K_R) + 1 - (i/\tan(kL_b))}{(ikd^2/K_R) - 1 - (i/\tan(kL_b))} \quad (2)$$

Le coefficient apparaissant dans cette expression est la conductivité de Rayleigh d'un trou et est prise égale à  $K_R(\text{St}) = 2r(\gamma - i\delta)$ , où  $\gamma$  et  $\delta$  sont des fonctions positives du nombre de Strouhal  $\text{St} = \omega r/\bar{u}$  et  $k = \omega/\bar{c}$  est le nombre d'onde [11].



**Fig. 3.** Module  $|\mathcal{R}_P|$  et phase  $\arg.(\mathcal{R}_P)$  du coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_P$  en  $x = 0$  d'une plaque traversée par un écoulement lent et placée au-dessus d'une cavité résonante. La réponse est déterminée pour trois niveaux sonores SPL=110 dB ( $\circ$ ), 128 dB (—) et 140 dB (---) mesurés au fond de la cavité.

L'évolution du module  $|\mathcal{R}_P|$  et de la phase  $\arg.(\mathcal{R}_P)$  du coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_P = |\mathcal{R}_P| \exp(i \times \arg.(\mathcal{R}_P))$  a été caractérisé pour différents niveaux de modulation en fonction de la fréquence de modulation. Ce niveau est contrôlé par un microphone placé au fond de la cavité résonante. Les mesures du coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_P$  sont représentées pour trois niveaux sonores SPL=110 dB, 128 dB et 140 dB sur la figure Fig. 3. Le coefficient de réflexion présente d'abord un régime indépendant du niveau sonore (ici SPL= $\leq 120$  dB). Il présente ensuite des performances d'absorption légèrement améliorées (ici pour SPL=128 dB). Il augmente ensuite rapidement avec le niveau sonore pour atteindre une valeur constante sur la gamme de fréquences 100-1000 Hz lorsque le niveau est très élevé (ici  $\mathcal{R}_P \simeq 0.5$  pour SPL=140 dB). Cette valeur tend vers l'unité pour des niveaux sonores encore plus élevés. A nouveau, ceci peut être pris en compte en remplaçant le concept d'impédance linéaire  $Z_p(\omega)$  par sa généralisation non linéaire sous la forme d'une fonction IDF, Impedance Describing Function, qui dépend de la fréquence angulaire  $\omega$  et du niveau de perturbation :

$$Z_P(\omega, |p'|) = \frac{p'(x=0)}{u'(x=0)}. \quad (3)$$

Un calcul simple montre que la transition entre le régime linéaire et le régime non-linéaire correspond à une situation où le niveau de fluctuation de vitesse acoustique  $u'_{rms}$  dans les trous de la plaque est de l'ordre de grandeur de la vitesse débitante  $\bar{u}$  :  $u'_{rms} \simeq \bar{u}$ . Lorsque le niveau sonore reste modéré, la fluctuation de vitesse dans les trous reste bien inférieure à la vitesse de l'écoulement. Pour les niveaux SPL=128 et 140 dB l'amplitude  $u'_{rms}$  est plus grande que la vitesse d'écoulement  $\bar{u} = 3$  m s<sup>-1</sup> dans les trous et le coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_P$  change avec le niveau des perturbations.

Les éléments précédents sont maintenant utilisés pour étudier la stabilité non linéaire du système formé à la figure Fig. 1 combinant les deux éléments non linéaires caractérisés par leur IDF respective :

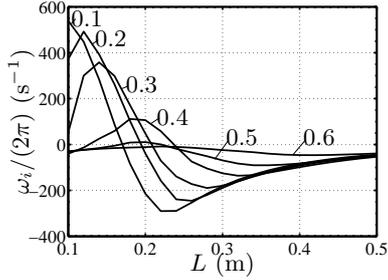
$$\mathcal{R}_F = \mathcal{R}_F(\omega, |u'|) \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_P = \mathcal{R}_P(\omega, |p'|) \quad (4)$$

En supposant la propagation d'ondes harmoniques planes, il est facile d'obtenir la relation de dispersion suivante :

$$\mathcal{R}_F(\omega, |u'|) \exp\left(i\frac{\omega L}{\bar{c}}\right) - \mathcal{R}_P^{-1}(\omega, |p'|) \exp\left(-i\frac{\omega L}{\bar{c}}\right) = 0 \quad (5)$$

Les racines complexes  $\omega = \omega_r + i\omega_i$  de cette équation non linéaire détermine la stabilité du système qui dépend du signe de la partie imaginaire de la fréquence complexe  $\omega$ . Lorsque ce signe est positif l'instabilité

croît. La configuration présentant un fond parfaitement réfléchissant  $\mathcal{R}_P = 1$  ( $Z_p \rightarrow \infty$ ) correspond au cas de référence étudié par Noiray *et al.* [2]. Les changements provoqués par l'introduction du système absorbant en  $x = 0$  par rapport au cas de référence sont maintenant envisagés pour le premier mode résonant longitudinal (de type quart d'onde). Il est clair qu'une modification du coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_P$  à l'entrée du brûleur va modifier les racines de la relation de dispersion (5) et affecter la stabilité du système.



**Fig. 4.** Taux de croissance  $\omega_i$  des racines complexes  $\omega$  de la relation de dispersion Eq. 5 en fonction de la taille de la cavité du brûleur  $L$  et du niveau d'oscillation  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L$  à la base des flammes.

L'analyse de la stabilité peut être simplifiée en considérant une configuration idéalisée. La fonction IDF pour la condition d'entrée  $\mathcal{R}_P$  utilisée pour mener les calculs est supposée indépendante du niveau des perturbations et est donnée par l'expression analytique (2) tant que le niveau sonore reste inférieur à 120 dB. Le système de contrôle passif de l'impédance est ensuite supposé prendre une valeur constante prise ici égale à  $\mathcal{R}_P = 1$  lorsque le niveau sonore dépasse 120 dB :

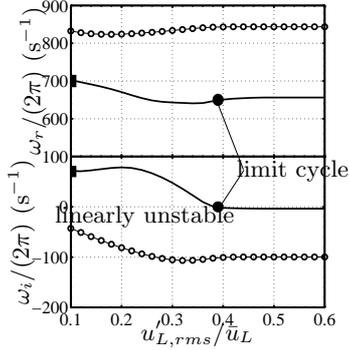
$$\mathcal{R}_P = \begin{cases} \text{Eq. 2} & \text{if } u'_{0,rms} < \bar{u}_0 \text{ (SPL} < 120 \text{ dB)} \\ 1 & \text{if } u'_{0,rms} > \bar{u}_0 \text{ (SPL} > 120 \text{ dB)} \end{cases} \quad (6)$$

La plaque perforée et sa cavité résonante opèrent dans le régime linéaire tant que le niveau sonore reste inférieur à SPL < 120 dB et perd ses propriétés absorbantes pour des niveaux plus importants. Ce modèle nécessite de connaître le niveau de fluctuation de vitesse  $u'_{0,rms}$  dans les cavités du système d'absorption en  $x = 0$ . Cette quantité peut être calculée à partir du niveau de fluctuation  $u'_{L,rms}$  à la base des flammes en  $x = L$  :

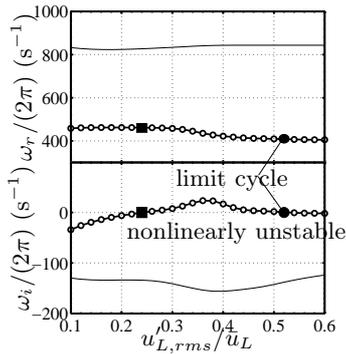
$$\frac{\bar{u}(0)}{\bar{u}(L)} = \frac{1 - \mathcal{R}_P^{-1}}{1 - \mathcal{R}_F} \exp(-ikL) \quad (7)$$

Il est dans ces conditions possible de calculer les racines complexes  $\omega = \omega_r + i\omega_i$  de l'équation (5) pour différentes longueurs du brûleur  $L = 0.1$  to  $0.5$  m en fonction du niveau de fluctuation relevé à la base des flammes  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L$ . Cette analyse est d'abord représentée pour le cas de référence lorsque  $\mathcal{R}_P = 1$  dans l'équation (5). Les solutions sont recherchées uniquement pour le premier mode longitudinal de la cavité, les modes de fréquences plus élevées ne sont pas examinés dans cette étude. Les résultats pour les taux de croissance  $\omega_i$  des perturbations sont présentés sur la figure Fig. 4 pour six niveaux de modulation à la base des flammes  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L$  de 0.1 à 0.6.

On peut dans cette figure identifier trois type de comportement pour les racines  $\omega_i$ . Pour des faibles niveaux d'oscillation, par exemple  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L = 0.1$ , le taux de croissance  $\omega_i$  est positif pour des brûleur de petites tailles, il décroît ensuite et devient négatif lorsque la taille  $L$  de la cavité est augmentée. Des taux de croissance positifs pour des faibles niveaux de perturbation indiquent des modes linéairement instables. Pour des niveaux de perturbation modérés, par exemple  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L = 0.4$ , le taux de croissance est d'abord négatif pour des petites tailles de la cavité. Il présente ensuite une plage de longueurs  $L$  dans laquelle il prend des valeurs positives et puis chute à nouveau pour reprendre des valeurs négatives pour des grandes tailles de cavité. Ce type de mode présentant un taux de croissance positif au-delà d'un certain seuil est linéairement stable, mais non linéairement instable. Lorsque le niveau d'oscillation est encore plus important, les taux de croissance  $\omega_i$  restent toujours négatifs pour des longueurs comprises entre  $L = 0.1$  et  $0.5$  m. C'est le cas par exemple pour des niveaux d'oscillation  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L \geq 0.6$ . Ceci indique que les flammes stabilisées sur les plaques perforées ne peuvent entretenir des oscillations pour des amplitudes de fluctuation trop importantes et qu'un cycle limite est atteint pour un certain niveau d'oscillation. Les cycles limites atteints sont déterminés par les solutions  $\omega_r$  correspondant à des taux croissance nuls  $\omega_i = 0$  et  $\partial\omega_i/\partial u'_{rms} < 0$ . Ces résultats ont été confirmés par des expériences [3] qui montrent que le système présente des instabilités auto-entretenues dont le cycle limite est associé au premier mode longitudinal du brûleur pour des longueurs comprises entre  $L = 0.10$  et  $L = 22$  m. L'analyse précédente montre que le système est effectivement linéairement instable pour des longueurs comprises entre  $L = 0.10$  et  $L = 0.18$  m et non linéairement instable entre  $L = 0.18$  et  $L = 0.22$  m.



**Fig. 5.** Linearly unstable mode - Evolution of the angular frequency  $\omega_r$  and the growth rate  $\omega_i$  for a burner length  $L = 0.12$  m as a function of the oscillation level  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L$  at the flames base for different inlet impedances : (—)  $\mathcal{R}_P = 1$ , (---)  $\mathcal{R}_P$  given by the linear model (2), (○)  $\mathcal{R}_P$  given by non linear model (6).



**Fig. 6.** Non linearly unstable mode - Evolution of the angular frequency  $\omega_r$  and the growth rate  $\omega_i$  for a burner length  $L = 0.20$  m as a function of the oscillation level  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L$  at the flames base for different inlet impedances : (—)  $\mathcal{R}_P = 1$ , (---)  $\mathcal{R}_P$  given by the linear model (2), (○)  $\mathcal{R}_P$  given by non linear model (6).

La transition des modes linéairement et non linéairement instables vers un cycle limite est maintenant examinée pour deux tailles de cavité  $L = 0.12$  et  $L = 0.20$  m dans les figures Figs. 5 et 2. Le premier cas examiné pour une taille de cavité  $L = 0.12$  m correspond à un mode linéairement instable correspondant à une fréquence d'oscillation initiale  $f = \omega_r/(2\pi) = 700$  Hz. Lorsque le niveau d'oscillation augmente, le taux de croissance  $\omega_i$  est progressivement réduit et s'annule au cycle limite  $\omega_i = 0$  avec une fréquence d'oscillation  $f = \omega_r/(2\pi) = 660$  Hz et un niveau d'oscillation relativement modéré  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L = 0.39$  à la base des flammes (Fig. 5, —). Lorsque le système de contrôle passif est substitué à la plaque parfaitement réfléchissante au fond de la cavité, ce mode disparaît complètement. On peut remarquer dans ce cas que le niveau d'oscillation de la vitesse  $u'_{0,rms}$  dans les perforations du système de contrôle passif situé en  $x = 0$  reste toujours largement inférieur à la vitesse d'écoulement  $\bar{u}_0$  dans les perforations. Le système de contrôle passif opère dans son régime nominal, c'est-à-dire le mode linéaire. Les solutions obtenues pour le coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_P$  avec les modèles linéaires (2) et non linéaires (6) sont donc identiques (Fig. 5, — et ○). Le système de contrôle passif remplit parfaitement son rôle en atténuant les perturbations instables dans le brûleur.

La situation est différente pour une cavité d'une taille plus importante  $L = 0.20$  cm. Dans cette configuration le brûleur est linéairement stable tant que le niveau des perturbations reste inférieur à  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L = 0.24$  (Fig. 2, —), mais devient non linéairement instable pour des oscillations de plus grande amplitude. Ce type de mode ne peut pas se déclencher tout seul, mais peut par exemple être déclenché par un autre mode linéairement instable comme cela a été montré dans les expériences réalisées par Noiray et al. [2]. La stabilité du brûleur dépend alors également des conditions d'allumage et de l'histoire de la dynamique de la combustion depuis son initiation. Lorsque le niveau des perturbations atteint  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L \geq 0.24$ , le système se met à osciller avec une fréquence  $f = \omega_r/(2\pi) = 460$  Hz et transite vers un cycle limite caractérisé par une fréquence  $f = \omega_r/(2\pi) = 400$  Hz avec un niveau d'oscillation  $u'_{L,rms}/\bar{u}_L \geq 0.52$  à la base des flammes qui est plus élevé que dans le cas exploré pour une taille de cavité  $L = 0.12$  m. Lorsque le fond du brûleur en  $x = 0$  est cette fois-ci remplacé par le système de contrôle passif chargé d'atténuer cette instabilité, il ne parvient pas à remplir son rôle car l'amplitude de l'instabilité est trop importante. Ceci est illustré par le calcul en examinant l'évolution du taux de croissance de l'instabilité en utilisant le modèle linéaire (6) pour le coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_P$  du système de contrôle. Les résultats obtenus avec ce modèle correspondent aux cercles sur la figure Fig. 2 qui présentent les mêmes trajectoires que celles obtenues pour les calculs menés avec un fond rigide lorsque  $\mathcal{R}_P = 1$  (Fig. 2, — and ○).

Le système d'absorption acoustique ne fonctionne pas car le niveau de fluctuation atteint dans ses perforations  $u'_{0,rms}$  est dans ce cas toujours grand devant la vitesse d'écoulement  $\bar{u}_0$  qui le traverse et le système opère dans son régime saturé où  $\mathcal{R}_P = 1$  (6). On peut noter qu'un système de contrôle passif du coefficient de réflexion qui serait robuste opérerait encore dans son régime linéaire et permettrait d'atténuer l'instabilité comme indiqué par la courbe en trait fin sur la figure Fig. 2 (—). Ceci peut être réalisé en concevant une plaque perforée adaptée pour le même type de fréquences mais opérant avec une vitesse d'écoulement dans les trous plus importante comme indiqué par Tran et al. [12]. Dans cette étude, une plaque perforée combinée à une cavité résonante est placée au fond du tube de prémélange d'un brûleur swirlé d'une puissance de 50 kW et présentant des instabilités longitudinales d'amplitude

élevée. Seules les plaques présentant des vitesses d'écoulement suffisamment élevées dans les perforations permettent d'obtenir une réduction significative du niveau d'instabilité, les plaques traversées par des écoulements trop lents restent inefficaces.

### 3 Conclusion

Cette analyse simplifiée montre que des conditions aux limites présentant une sensibilité forte au niveau d'amplitude des perturbations acoustiques incidentes peut fortement modifier la stabilité d'un brûleur présentant des instabilités auto-entretenuës d'amplitudes élevées. Ces phénomènes sont particulièrement importants pour la conception de systèmes de contrôle passif robustes. Il est important dans ces conditions de déterminer pour une configuration donnée quels sont les principaux éléments non linéaires dans un foyer et d'identifier pour chacun d'entre-eux la transition à partir de laquelle les phénomènes non linéaires doivent être pris en compte.

*Remerciements* Ce travail a reçu l'appui de la Fondation d'Entreprise EADS, de la Délégation Générale pour l'Armement. Sébastien Candel est également professeur à l'Institut Universitaire de France

### Références

1. T. C. LIEUWEN & V. YANG, (Eds.), Combustion instabilities in gas turbines, Operational experience, Fundamental mechanisms, and Modeling, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, **210** January (2006).
2. N. NOIRAY, D. DUROX, T. SCHULLER & S. CANDEL, A unified framework for nonlinear combustion instability analysis based on the flame describing function, *Journal of Fluid Mechanics*, **615**, 139–167 (2008).
3. N. NOIRAY, D. DUROX, T. SCHULLER & S. CANDEL, Self-induced instabilities of premixed flames in a multiple injection configuration, *Combustion & Flame*, **145** (3), 435–446 (2006).
4. N. NOIRAY, D. DUROX, T. SCHULLER & S. CANDEL, Passive control of combustion instabilities involving premixed flames anchored on perforated plates. *Proceedings of the Combustion Institute*, **31** (1), 1283–1290 (2007).
5. W. POLIFKE, Reconstruction of acoustic transfer matrices by instationnary computationnal fluid dynamics, *Journal of Sound & Vibrations*, **245** (3), 483–510 (2001).
6. C. O. PASCHEREIT, B. SCHUERMANS, W. POLIFKE & O. MATTSON Measurement of transfer matrices and source terms of premixed flames, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **124**, 239–247 (2002).
7. K. TRUFFIN & T. POINSOT, Comparison and extension of methods for acoustic identification of burners, *Combustion & Flame*, **142** (4), 388–400 (2005).
8. J. Y. CHUNG & D. A. BLASER, Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory, *The Journal of the Acoustical Society of America*, **68**, 907–913 (1980).
9. J. Y. CHUNG, D. A. BLASER, Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. II. Experiment, *Journal of the Acoustical Society of America*, **68**, 914–921 (1980).
10. I. J. HUGHES, A. P. DOWLING, The absorption of sound by perforated linings, *Journal of Fluid Mechanics*, **218**, 299–335 (1990).
11. M. S. HOWE, On the theory of unsteady high reynolds number flow through a circular aperture, *Proceedings of the Royal Society of London A*, **366**, 205–223 (1979).
12. N. TRAN, S. DUCRUIX & T. SCHULLER, Passive control of the inlet acoustic boundary condition of a swirled turbulent burner, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **131** (5), 051502 (2009).

