

Conditions nécessaires pour que les systèmes de Sprott à un seul point fixe puissent être chaotiques

MALASOMA Jean-Marc

Université de Lyon, DGCB URA CNRS 1652
ENTPE, Rue Maurice Audin, 69518 Vaulx en Velin Cedex
malasoma@entpe.fr

Le système chaotique décrit en 1963 par Lorenz [1] est polynomial et comporte sept monômes dont deux sont quadratiques. Les premiers travaux ayant produit un système chaotique possédant une structure algébrique plus simple que celle du système de Lorenz sont dus à Rössler [2]. Il a proposé en 1976 un système chaotique qui est toujours constitué de sept monômes mais avec un seul d'entre eux quadratique. Trois ans plus tard, deux nouveaux modèles chaotiques constitués seulement de six monômes, dont un seul quadratique, sont décrits indépendamment l'un par Rössler [3] et l'autre par Couillet, Tresser et Arnéodo [4].

Depuis un grand nombre de systèmes chaotiques ont été décrits dans la littérature spécialisée. Toutefois, ce n'est qu'en 1994 que Sprott [5], ignorant l'existence des deux systèmes décrits en 1979, relance la recherche de systèmes chaotiques quadratiques, présentant des structures algébriques plus simples que celle du système de Lorenz et de celle du premier système de Rössler. Après plusieurs mois de simulations numériques, il a pu mettre en évidence quatorze systèmes chaotiques possédant six monômes dont une nonlinéarité et cinq systèmes chaotiques constitués de cinq monômes dont deux nonlinéarités.

Dans cette étude, nous nous intéressons aux sept systèmes de Sprott possédant un unique point fixe. Pour chacun d'entre eux, en effectuant des changements de l'échelle du temps et des trois variables il est possible de rendre quatre paramètres unitaires. Il reste alors un ou deux paramètres de contrôle, suivant que le système est constitué de cinq ou six termes. En effectuant une étude analytique de l'espace des paramètres libres de ces sept systèmes, nous établissons de façon rigoureuse, des conditions nécessaires portant sur le où les paramètres pour que ces systèmes puissent être chaotiques. Dans l'article de 1994, Sprott donne à ces paramètres des valeurs numériques suffisantes pour que les solutions soient chaotiques, nous vérifions que ces valeurs sont bien compatibles avec les conditions nécessaires trouvées analytiquement.

Références

1. E.N. LORENZ, Deterministic nonperiodic flow, *Journal of the Atmospheric Sciences*, **20**, 130-141, (1963).
2. O.E. RÖSSLER, An equation for continuous chaos, *Physics Letters A*, **57** (5), 397-398, (1976).
3. O.E. RÖSSLER, Continuous chaos - Four prototype equations, *Annals of the New York Academy of Sciences*, **316**, 376-392, (1979).
4. P. COULLET, C. TRESSER & A. ARNEODO, A transition to stochasticity for a class of forced oscillators, *Physics letters A*, **72** (4-5), 268-270, (1979).
5. J.C. SPROTT, Somme simple chaotic flows, *Physical Review E*, **50**, R647-R650, (1994).