

Etude expérimentale des implications des marées dans les systèmes planétaires

Cyprien Morize¹, Michael Le Bars¹, Patrice Le Gal¹ & Andreas Tilgner²

¹ IRPHE — UMR 6594 - Marseille University

² University of Göttingen

lebars@irphe.univ-mrs.fr

Résumé. Le rôle fondamental des effets de marées en géo- et astrophysique a été l'objet de multiples études depuis plusieurs siècles. Ces études ont permis de déterminer les conditions d'apparition de l'instabilité elliptique correspondant à une résonance d'ondes inertielles avec les marées. Nous nous concentrons ici sur le mode de spin-over et son comportement dans le régime où le nombre d'Ekman et l'excentricité de la déformation sont petits, régime pertinent pour les planètes. Nous présenterons également un nouveau phénomène de génération de vents zonaux par un forçage de marées. Suivant une récente analyse théorique et numérique de Tilgner [1], nous observons pour la première fois expérimentalement que l'auto-interaction non-linéaire d'un mode inertiel avec lui-même peut conduire à un écoulement axisymétrique intense dans une sphère en rotation sous forme de zones de cisaillement. La trace en surface de ces structures pourrait donner naissance à des vents zonaux dans les planètes et les étoiles.

Abstract. The fundamental role of tides in geo and astrophysics has been the subject of multiple studies for several centuries. Beyond the well known quasi periodic flows of ocean water on our shores, tides are also responsible for phenomena as varied as the intense volcanism on the Jovian satellite Io, or the synchronization of the Moon spin on its rotation around the Earth. We describe here (i) the behaviour of the so-called spin-over mode of the elliptical instability in the parameter range relevant to planetary applications and (ii) a new phenomenon of zonal wind generation by tidal forcing. Following a recent theoretical and numerical analysis of Tilgner [1], we present the first experimental evidence that the nonlinear self-interaction of a tidally forced inertial mode can drive an intense axisymmetric flow in a rotating sphere. These results are relevant for zonal wind generation in planets and stars.

1 Introduction

Le rôle fondamental des effets de marées en géo- et astrophysique a été le sujet de multiples études depuis plusieurs siècles. Au-delà du phénomène bien connu de flux et de reflux de la mer sur nos rivages, les marées gravitationnelles s'appliquent à toutes les enveloppes de la Terre, depuis son atmosphère jusqu'à son noyau liquide. On peut montrer que la forme de la Terre correspond à une ellipsoïde dont le grand axe est dirigé vers la Lune. Ce phénomène de marées concerne d'ailleurs tous les corps célestes (lunes, planètes, étoiles, disques d'accrétion...), les effets étant d'autant plus grands que les masses attirantes sont importantes et que les distances entre les corps sont petites. Dans certains systèmes, les forces de marées peuvent atteindre des valeurs colossales et avoir des répercussions phénoménales, pouvant provoquer, par exemple, le volcanisme intense de Io, satellite de Jupiter, par un échauffement permanent de son manteau solide. Les marées agissent également sur l'évolution des trajectoires orbitales et sur les vitesses de rotation des corps célestes. L'exemple le plus connu est la synchronisation de la vitesse orbitale de la Lune sur la vitesse de spin de la Terre.

Les forces de marées peuvent également exciter, dans les étoiles et les noyaux liquides des planètes, une instabilité hydrodynamique, dite elliptique. La présence d'une telle instabilité dans les systèmes planétaires et stellaires déformés a été suggérée depuis plusieurs années [2]. Cependant ses possibles répercussions sur les systèmes naturels demeurent encore largement spéculatives.

Cette instabilité intervient dans de nombreux systèmes et est bien connue dans le domaine de la dynamique des vortex : elle correspond à la déstabilisation 3D d'écoulements tournants 2D dont les

lignes de courant sont déformées elliptiquement par des interactions entre tourbillons. Dans les systèmes planétaires, l'ellipticité des lignes de courant est directement assurée par les forces de marées. D'un point de vue plus rigoureux, l'instabilité elliptique est due à un mécanisme de résonance paramétrique entre trois ondes : l'onde due aux marées, de période temporelle égale à la période orbitale et de période azimutale $m = 2$, et deux ondes inertielles du fluide en rotation. Les ondes inertielles correspondent aux modes propres d'un écoulement tournant. Il en existe une infinité, chaque onde étant décrite par ses périodicités spatiales et temporelles. L'instabilité se produit lorsque les caractéristiques de l'onde de marée complètent celles de deux ondes inertielles et la résonance de ces trois ondes engendre un écoulement tridimensionnel dont la forme dépend du rapport entre la vitesse orbitale et la vitesse de spin de la planète considérée.

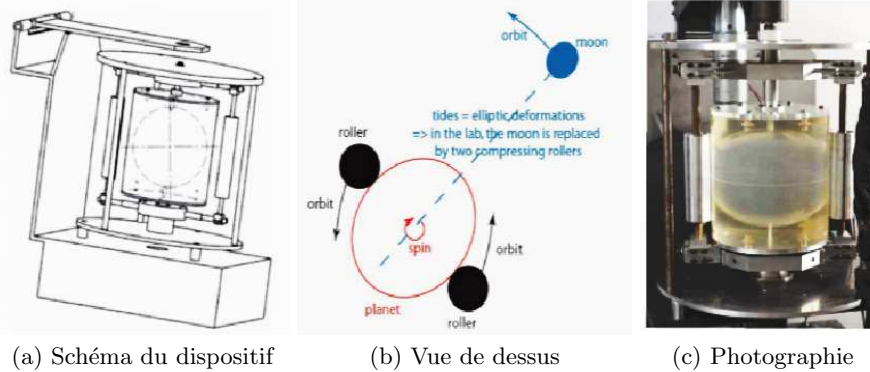


Fig. 1. (a) Schéma de notre dispositif expérimental nous permettant de simuler en laboratoire les effets de marées dans une planète : deux moteurs indépendants nous permettent de contrôler la rotation propre de la sphère et la rotation de la déformation elliptique de marées due aux mouvements orbitaux. (b) Vue de dessus du dispositif pour simuler les effets de marées. (c) Photographie de l'expérience.

Un dispositif expérimental, schématisé sur la figure 1, a été mis en place au laboratoire dans l'optique d'étudier les modes instables d'une sphère déformable remplie d'eau. La sphère creuse, de rayon $R = 10$ cm, a été moulée dans un gel de silicone transparent et est animée d'un mouvement de rotation propre autour de son axe vertical (Oz) correspondant à la vitesse de spin Ω_s de la planète (e.g. la rotation de la Terre sur elle-même en 24 heures). La vitesse de spin peut atteindre jusqu'à ± 180 rpm dans notre expérience. Pour mimer les déformations dues aux marées, nous utilisons deux rouleaux verticaux symétriques qui viennent appuyer sur la sphère en rotation en la déformant elliptiquement. Pour reproduire les mouvements orbitaux du système (e.g. la rotation de la Lune autour de la Terre en 27 jours), le mouvement de ces deux rouleaux autour de la sphère est assuré par un moteur indépendant, tel que Ω_o varie de 0 à 120 rpm. L'amplitude de la déformation est ajustée en réglant l'écartement entre les deux rouleaux. Un tel système est déterminé par trois nombres sans dimension : le rapport $\Omega^G = \Omega_o/\Omega_s$ entre la vitesse orbitale et la vitesse de spin de la sphère, l'excentricité ϵ de la déformation de marée, qui varie de 0 à 0.08 dans notre expérience, et le nombre d'Ekman, $E = \nu/\Omega_s R^2$, où ν est la viscosité cinématique du fluide, qui caractérise l'intensité des effets visqueux par rapport à la rotation d'ensemble.

Dans un premier temps, nous allons chercher à caractériser le mode instable appelé mode de spin-over pour une déformation fixe, $\Omega^G = 0$, en fonction de l'ellipticité et du nombre d'Ekman. Dans une deuxième série d'expériences, nous étudierons un nouveau phénomène de génération de vents zonaux par un forçage de marées en suivant une récente analyse théorique et numérique de Tilgner [1].

2 Résonance paramétrique : instabilité elliptique

Pour une déformation de marée fixe, c'est-à-dire lorsque $\Omega_o = 0$, le mode instable est appelé mode de spin-over. La figure 2 présente trois photographies par visualisation à l'aide de particules réfléchissantes. En présence de forces de marées, l'instabilité engendre des mouvements de fluide complexes et fait tourner le fluide autour d'un axe perpendiculaire à l'axe d'entraînement du fluide. L'effet conjoint de deux rotations et de l'adhérence à la paroi donne alors une forme de 'S' à l'axe de rotation du liquide comme

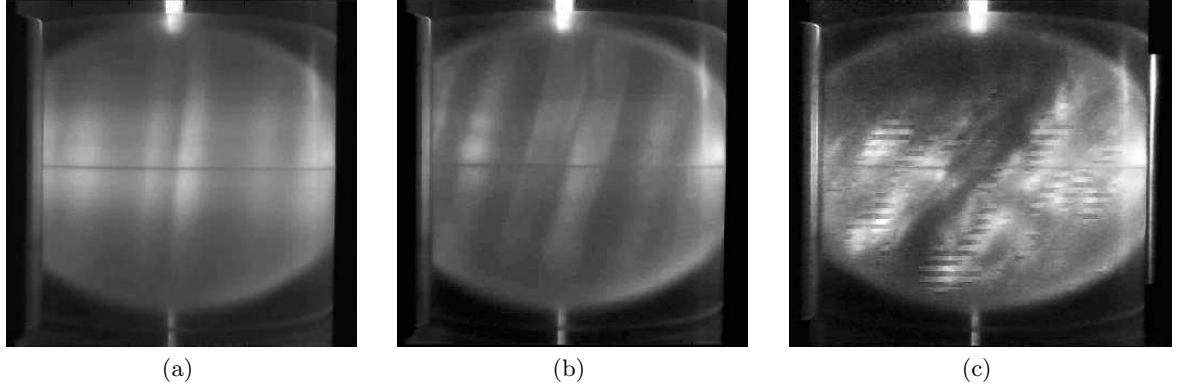


Fig. 2. Modes excités par instabilité elliptique dans une sphère déformée elliptiquement. L'axe de rotation imposé est vertical et la visualisation est réalisée à l'aide de particules de Kalliroscope éclairées par un plan laser permettant d'observer l'axe effectif de rotation du fluide. Sur ces photographies, la déformation est fixe, $\Omega^G = 0$, et un mode dit de spin-over prend place. (a) $\epsilon = 0.03$, $\Omega_s = 47$ rpm. (b) $\epsilon = 0.04$, $\Omega_s = 67$ rpm. (c) $\epsilon = 0.05$, $\Omega_s = 140$ rpm.

nous pouvons l'observer sur la figure 2. Le mécanisme d'apparition de cette rotation au coeur de la sphère fluide est comparable à l'instabilité de rotation d'un ellipsoïde solide autour de son axe médian d'inertie. Afin de réaliser un modèle pour caractériser l'instabilité elliptique qui prend place dans une sphère déformée, Lacaze *et al* [3] ont proposé de reprendre les équations d'Euler pour un solide ellipsoïde sans frottement auquel on ajoute simplement les effets visqueux fluides associés aux couches limites.

L'instabilité dans l'ellipsoïde fluide ne décrit pas de cycles hétéroclines mais on observe une amplitude de l'inclinaison de l'axe de rotation augmenter puis saturer au cours du temps. Il est donc relativement aisé de suivre l'angle de cette inclinaison et d'en déduire les taux de croissance de l'instabilité pour différentes valeurs de l'ellipticité et du nombre d'Ekman. On peut montrer que le taux de croissance de l'instabilité est donné par

$$\sigma = \frac{\epsilon}{2} - 2.62\sqrt{E}. \quad (1)$$

Le taux de croissance de l'équation (1) a été avantageusement comparé aux mesures expérimentales (voir [3]). Pour compléter cette étude, nous nous intéresserons ici à l'amplitude maximale et stationnaire du mode de spin-over (traduit par l'angle d'inclinaison) et au comportement à faibles E et ϵ approprié aux planètes.

Comme le suggère la figure 2, l'angle d'inclinaison, après saturation du mode de spin-over, varie en fonction de l'ellipticité et du nombre d'Ekman. Une série d'expériences a donc été réalisée afin d'observer comment l'angle du spin-over θ_{SO} varie en fonction de ϵ et E . La figure 3a représente cinq séries d'expériences obtenues en faisant varier systématiquement le nombre d'Ekman, pour 5 valeurs de l'ellipticité de la sphère fluide. On observe à partir de ces courbes que l'angle du spin-over augmente avec la diminution du nombre d'Ekman et avec l'augmentation de ϵ . La figure 3b représente les mêmes données en fonction de $\epsilon/E^{1/2} - [\epsilon/E^{1/2}]_c$. La valeur critique $\alpha_c = [\epsilon/E^{1/2}]_c = 5.24$ a été déterminée à partir de l'équation (1) et correspond à la valeur critique à partir de laquelle l'instabilité naît. On observe un regroupement des données selon une courbe maîtresse confirmant, comme le suggérait l'équation (1), que $\alpha = \epsilon/E^{1/2}$ est le paramètre de contrôle pertinent pour décrire la dynamique de l'instabilité elliptique. En augmentant α à partir de ~ 1 jusqu'à des valeurs de l'ordre de ~ 20 , l'écoulement devient de plus en plus complexe, avec la superposition d'un écoulement turbulent au mode de spin-over. Malgré tout, le mode de spin-over semble rester présent à grande échelle et l'angle θ_{SO} sature autour de 45° .

Le même comportement est attendu aux échelles planétaires comme dans le noyau de Io pour lequel $\alpha \sim 270$. Le noyau de Io est donc clairement instable et l'amplitude de l'instabilité elliptique y est vraisemblablement très forte. En revanche α reste de l'ordre de l'unité dans le noyau terrestre : la Terre

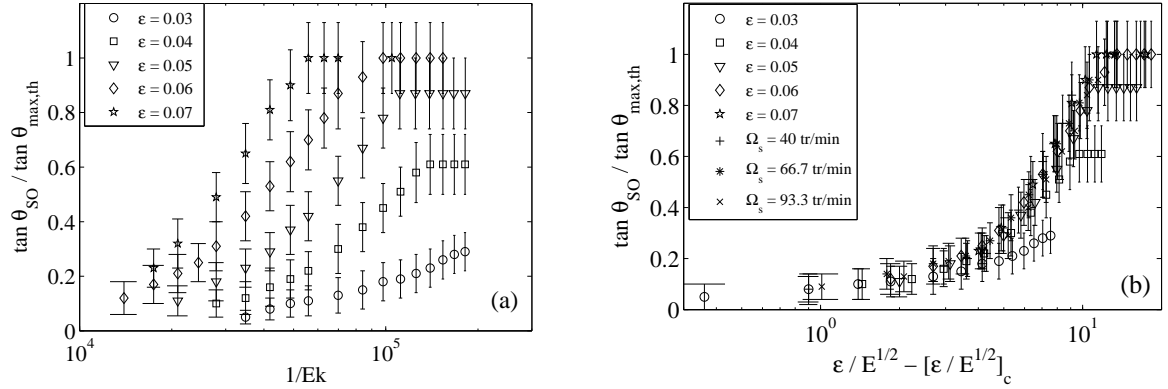


Fig. 3. (a) Tangente de l'angle stationnaire du spin-over, normalisée par la tangente de l'angle maximal théorique, en fonction de Ek^{-1} . (b) $\tan \theta_{SO} / \tan \theta_{max,th}$ en fonction de $\alpha - \alpha_c$ où $\alpha = \epsilon / E^{1/2}$ et $\alpha_c = 5.24$ la valeur critique déterminée théoriquement.

se situe au voisinage du seuil de stabilité et le mode de spin-over, s'il est excité, n'implique qu'une faible variation de l'angle de rotation inférieure à 5° .

3 Forçage de vents zonaux par les marées

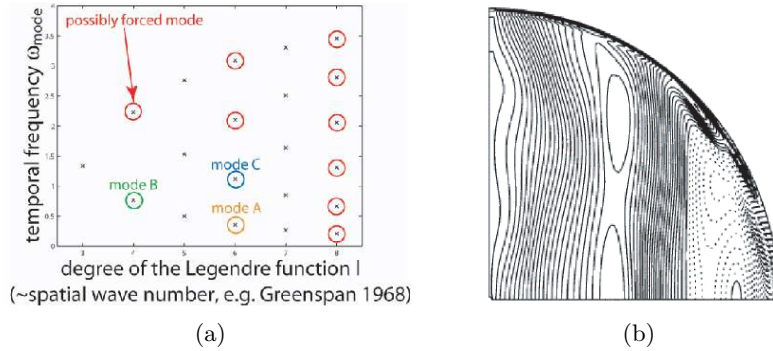
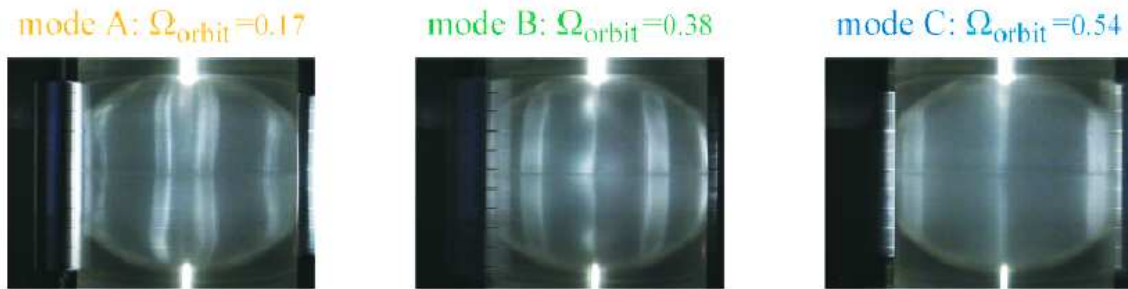


Fig. 4. (a) Relation de dispersion des ondes inertielles dans une sphère pour les modes de période azimutale $m = 2$. Les fréquences sont adimensionnées par la vitesse de spin. Les points entourés correspondent aux modes nous avons observés expérimentalement (Fig. 5a). (b) Détermination numérique (calculs non-linéaires à $Ekman = 2 \cdot 10^{-5}$) des lignes d'iso-vitesse azimutale, pour un forçage initial de période azimutale $m = 2$ à la vitesse orbitale 0.56 représentant les marées gravitationnelles. Ce calcul numérique correspond au mode C observé expérimentalement (Fig. 5a).

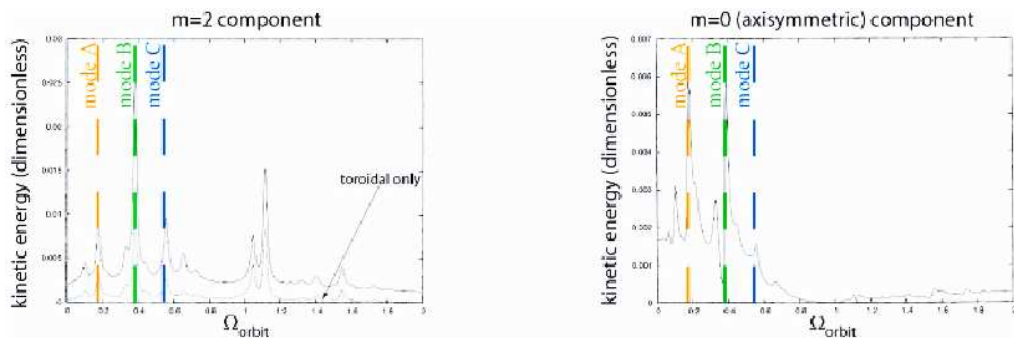
En plus du mécanisme de résonance triadique donnant lieu à l'instabilité elliptique, les marées gravitationnelles sont susceptibles de forcer dans les noyaux des planètes telluriques et les atmosphères des géantes gazeuses des écoulements axisymétriques, tels ceux donnant lieu aux bandes de cisaillement à la surface de Jupiter. L'origine de ce forçage est relativement complexe et fait appel simultanément aux effets non linéaires et visqueux de l'écoulement. En effet, vues depuis la planète considérée ici comme une sphère en rotation à la vitesse de spin, les marées correspondent à une déformation de période azimutale $m = 2$, tournant à la vitesse orbitale. Elles sont donc susceptibles de forcer une onde inertielle du fluide en rotation, à condition que le mode considéré soit symétrique par rapport à l'équateur (pour respecter la symétrie du forçage), de période azimutale $m = 2$ et de fréquence égale à deux fois la fréquence de rotation des marées (ce facteur 2 provenant du fait que les marées excitent le mode 2 fois par tour).

Potentiellement, en fonction des valeurs relatives des vitesses orbitale et de spin, les marées sont donc capables de forcer un nombre infini de modes propres de la sphère (Fig. 4a).

Une fois le mode excité, son interaction non linéaire avec lui-même génère des modes de période azimutale $m = 4$ et $m = 0$. Cependant, Greenspan [4] a démontré que l'interaction non linéaire des modes non visqueux ne génère aucun écoulement géostrophique. La viscosité vient donc modifier ce résultat classique et donne naissance à des écoulements axisymétriques par éruption de la couche limite, selon un mécanisme bien connu en précession (e.g. Malkus 1968, Busse 1968, Vanyo et al. 1995, Tilgner & Busse 2001, Noir et al. 2001 et 2003). Cependant, ce mécanisme a été jusqu'à récemment presque complètement négligé dans le cas des marées, à l'exception d'un article de Suess en 1971 publié dans le *Journal of Fluid Mechanics* et d'un article récent d'Andreas Tilgner [1], qui a montré numériquement la production de fortes circulations géostrophiques stationnaires (Fig. 4b).



(a) Zone de cisaillement axisymétriques



(b) Détermination numérique de l'énergie cinétique

Fig. 5. (a) Zones de cisaillement axisymétriques observées au Kalliroscope dans notre dispositif expérimental, pour une excentricité de 0.03 et un nombre d'Ekman de 10^{-5} , en changeant uniquement la vitesse de rotation orbitale. En surface, ces zones de cisaillement empilées en tubes cylindriques coaxiaux génèrent des vents zonaux axisymétriques. (b) Détermination numérique de l'énergie cinétique stockée dans le mode de période azimutale $m = 2$ et $m = 0$ respectivement, pour un forçage initial de période $m = 2$ représentant les marées gravitationnelles (calculs non-linéaires à Ekman 2.10^{-5}). Les traits pointillés représentent les observations expérimentales de zones de cisaillement obtenues en changeant systématiquement la vitesse de rotation orbitale (cf. figure 5 (a)) et s'accordent parfaitement avec les pics d'énergie prédits numériquement.

Grâce à notre dispositif expérimental, nous avons confirmé pour la première fois expérimentalement l'existence de ces zones de cisaillement axisymétriques, dont l'intensité et la forme dépendent du rapport entre vitesses d'orbite et de spin (Fig. 5a). Nos observations expérimentales sont en parfait accord avec les résultats numériques de Tilgner [1] (Fig. 5b). Elles confirment l'existence d'une forte zone de cisaillement au niveau de l'axe de rotation, telle que prédite théoriquement par Suess (1971). Mais les expériences, tout comme le numérique, démontrent également des déviations significatives par rapport à cette théorie, en particulier l'apparition de zones de cisaillement supplémentaires qui demeurent encore inexpliquées. Enfin, nos résultats expérimentaux suggèrent que le seuil d'excitation de ce mécanisme est très bas : de tels écoulements pourraient donc prendre place quasi-génériquement dans les noyaux liquides des planètes, mais également par exemple dans les atmosphères des géantes gazeuses, et ce en complément

d'une éventuelle instabilité elliptique. Ces zones de cisaillement seraient alors susceptibles de bouleverser significativement la dynamique des noyaux planétaires ou étoiles déformés par les marées gravitationnelles et constitueraient une source additionnelle de génération d'ondes et de turbulence.

4 Conclusion



Fig. 6. Zones de cisaillement axisymétriques excitées par les marées dans le cas d'un forçage incliné d'environ 5° par rapport à l'axe de rotation (Ekman de 10^{-5}).

En conclusion, nos premiers résultats prometteurs demandent maintenant à être complétés par une quantification systématique de l'énergie stockée dans les écoulements axisymétriques et de la vitesse des vents zonaux générés. Nous souhaitons également poursuivre notre étude dans le cas d'une coquille sphérique, plus proches des situations planétaires, et qui devrait donner lieu à des écoulements encore plus complexes et à des bandes de cisaillement plus nombreuses et plus intenses, puisqu'une nouvelle couche limite visqueuse apparaîtra au niveau de la graine [1]. A noter enfin que dans le cas d'un forçage légèrement incliné par rapport à l'axe de rotation, correspondant d'un point de vue planétaire à la situation quasi-générique d'un axe de rotation incliné par rapport à la normale au plan de l'ecliptique, les forçages $m = 1$ et $m = 2$ sont présents simultanément, conduisant la multiplication spectaculaire des bandes de cisaillement (Fig. 6).

Références

1. A. TILGNER, Zonal wind driven by inertial modes, *Physical Review Letters*, **99**, 194501 (2007).
2. R. R. KERSWELL & W. V. R. MALKUS, Tidal instability as the source for Io's magnetic signature, *Geophysical Researches Letters*, **25**, 603–606 (1998).
3. L. LACAZE, P. LE GAL & S. LE DIZÈS, Elliptical instability in a rotating spheroid, *Journal of Fluid Mechanics*, **505**, 1-22 (2004).
4. H. P. GREENSPAN, *The theory of rotating fluids*, Cambridge University Press (1968).
5. F. H. BUSSE, Steady fluid flow in a precessing spheroidal shell, *J. Fluid Mech.*, **33**, 739-751 (1968).
6. W. V. R. MALKUS, Precession of the Earth as the Cause of Geomagnetism, *Science*, **160**, 259-264 (1968).
7. J. NOIR, P. CARDIN, D. JAULT AND J.-P. MASSON, Experimental evidence of nonlinear resonance effects between retrograde precession and tilt-over mode within a spheroid, *Geophys. J. Int.*, **154**, 407-416 (2003).
8. S.T. SUESS, Viscous flow in a deformable rotating container, *J. Fluid Mech.*, **45**, 189-201 (1971).
9. A. TILGNER AND F. H. BUSSE, Fluid flows in precessing spherical shells, *J. Fluid Mech.*, **426**, 387-396 (2001).
10. J. VANYO, P. WILDE, P. CARDIN AND P. OLSON, Experiments on processing flows in the Earth's liquid core, *Geophys. J. Int.*, **121**, 136-142 (1995).