

Turbulence d'ondes à la surface d'un ferrofluide

François Boyer¹ & Eric Falcon²

¹ Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels (IUSTI), Université de Provence, CNRS (UMR 6595), 5 rue Enrico Fermi 13453 Marseille cedex 13, France, UE

² Laboratoire Matière et Systèmes Complexes (MSC), Université Paris-Diderot, CNRS (UMR7057), 10 rue A. Domon et L. Duquet 75013 Paris, France, UE

francois.boyer@polytech.univ-mrs.fr

Résumé. Nous présentons la première observation de la turbulence d'ondes à la surface d'un ferrofluide forcé mécaniquement et soumis à un champ magnétique normal [1]. Nous montrons que des ondes de surface magnétiques apparaissent au-dessus d'un champ critique et que leurs interactions non-linéaires donnent lieu à un régime de turbulence d'ondes caractérisé par un spectre fréquentiel en loi de puissance. Nous montrons expérimentalement que ce régime de turbulence d'ondes magnétiques fait intervenir un processus d'interaction à 4 ondes. Les domaines d'existence des régimes de turbulence d'ondes de gravité, capillaires et magnétiques sont représentés dans l'espace des phases des paramètres, ainsi qu'un point triple de coexistence des ces trois régimes. La plupart de ces résultats sont interprétés à l'aide d'arguments d'analyse dimensionnelle ou de la relation de dispersion des ondes de surface ferrohydrodynamiques.

Abstract. We report the first observation of wave turbulence on the surface of a ferrofluid mechanically forced and submitted to a static normal magnetic field [1]. We show that magnetic surface waves arise only above a critical field. The power spectrum of their amplitudes displays a frequency-power law leading to the observation of a magnetic wave turbulence regime which is experimentally shown to involve a 4-wave interaction process. The existence of the regimes of gravity, magnetic and capillary wave turbulence is reported in the phase space parameters as well as a triple point of coexistence of these three regimes. Most of these features are understood using dimensional analysis or the dispersion relation of the ferrohydrodynamic surface waves.

1 Introduction

La turbulence d'ondes est un état hors d'équilibre résultant des interactions non-linéaires entre ondes. Si les ondes à la surface d'un océan en sont un exemple fréquemment cité et étudié, elle intervient également dans une grande variété de systèmes, à des échelles très différentes : ondes capillaires [2,3], ondes d'Alfvén dans les plasmas astrophysiques, ondes atmosphériques, ondes élastiques, ondes optiques, ou encore ondes de spin dans les solides [4]. La théorie de turbulence d'ondes, dite turbulence faible, permet dans un cadre faiblement non-linéaire, le calcul exact de solutions stationnaires et donne la répartition spectrale de l'énergie des ondes comme une loi de puissance décroissante du nombre d'onde ou de la fréquence (spectres dits de Kolmogorov-Zakharov) [4]. Alors que ces résultats théoriques ont été obtenus à la fin des années 60, les expériences de laboratoire en turbulence d'ondes sont rares et récentes. Ces dernières ont confirmé certains résultats théoriques et ont mis en évidence de nouveaux phénomènes : intermittence [5], fluctuations du flux d'énergie [6], effet de taille finie du système [3,7]. Certains de ces phénomènes sont maintenant considérés théoriquement [8]. Cependant certaines questions théoriques restent encore ouvertes, notamment sur le domaine de validité des solutions faiblement non-linéaires [9] ou encore l'existence probable de la turbulence d'ondes dans les systèmes non-dispersifs [10]. Dans ce contexte, la réalisation d'un système expérimental où la relation de dispersion peut être contrôlée par l'expérimentateur est d'un intérêt certain afin d'explorer de nouveaux régimes de turbulence d'ondes et d'en tester la théorie et ses limites.

Un ferrofluide est une suspension stable de particules magnétiques nanométriques dispersées dans un liquide porteur. La conjonction inhabituelle du caractère fluide et d'une grande sensibilité magnétique donne lieu à des phénomènes caractéristiques [11] : instabilités de Rosensweig [12] ou « en labyrinthe »,

l'évitation magnétique. Contrairement aux liquides usuels, la relation de dispersion des ondes à la surface d'un ferrofluide fait apparaître un terme non-dispersif dont l'amplitude dépend de celle du champ magnétique appliqué [13,14]. Ainsi, on peut facilement modifier la forme de la relation de dispersion et l'ampleur du caractère non-dispersif du système grâce à un unique paramètre de contrôle, le champ magnétique extérieur. A notre connaissance, aucune étude expérimentale de turbulence d'ondes à la surface d'un fluide magnétique n'a été réalisée à ce jour. Nous avons étudié la turbulence d'ondes à la surface d'un ferrofluide soumis à un champ magnétique normal et observé pour la première fois un régime de turbulence d'ondes magnétiques, que nous avons caractérisé par la mesure du spectre de puissance et la distribution de l'amplitude de ces ondes.

2 Dispositif expérimental et relation de dispersion

Le montage expérimental, représenté sur la Fig. 1, consiste en une cuve cylindrique en PTFE, de diamètre intérieur 12 cm et de profondeur 4 cm, remplie de ferrofluide jusqu'à une hauteur $h = 2$ cm. Le ferrofluide utilisé est une suspension aqueuse ionique de particules de maghémite [15] (Fe_2O_3 ; diamètre : $7,6 \pm 0,36$ nm; concentration volumique : 8,5 %). Les propriétés de ce liquide magnétique sont : masse volumique $\rho = 1324$ kg/m³, tension de surface $\gamma = 59 \times 10^{-3}$ N/m, susceptibilité magnétique à champ nul $\chi_i = 0,69$, aimantation à saturation $M_{sat} = 16,9$ kA/m, et une viscosité dynamique estimée de $\mu = 1,2 \times 10^{-3}$ Pa.s. La cuve est placée entre deux bobines horizontales coaxiales, de diamètre intérieur 25 cm et extérieur de 50 cm, distantes de 7 cm. Les deux bobines sont reliées en série, alimentées en courant continu par une alimentation de puissance (50 V / 35 A) et refroidies par une circulation d'eau froide.

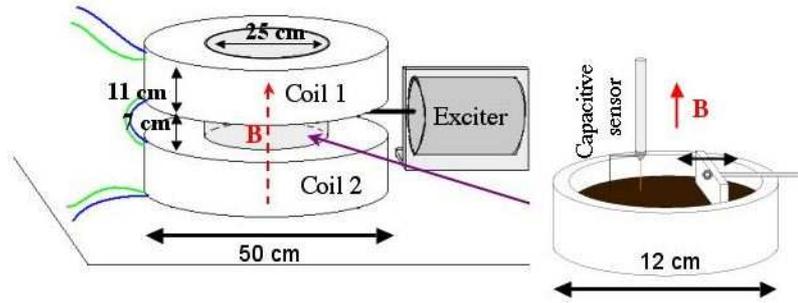


Fig. 1. Dispositif expérimental

Ce dispositif engendre une induction magnétique verticale (homogène à 99 % horizontalement [13]) atteignant au maximum 780G. La mesure de l'induction magnétique est réalisée à l'aide d'une sonde à effet Hall, reliée à un gaussmètre. Les ondes à la surface du ferrofluide sont engendrées par un piston rectangulaire (9 cm \times 4 cm) en PTFE plongeant perpendiculairement dans le ferrofluide et actionné parallèlement à la surface libre par un vibreur électromagnétique. Le déplacement du piston est alors piloté par un signal aléatoire basse fréquence (typiquement 1 – 5 Hz). L'amplitude des ondes $\eta(t)$ en un point de la surface est mesurée par une sonde capacitive (plongeant perpendiculairement à la surface du fluide au repos) dont la sensibilité est de 7,1 mm/V [3]. Le signal $\eta(t)$ est filtré (passe-bas 1 kHz) puis enregistré à l'aide d'une carte d'acquisition à 4 kHz pendant 300 s (soit $1,2 \times 10^6$ points enregistrés).

Dans l'approximation de grande profondeur, la relation de dispersion des ondes à la surface d'un liquide magnétique, supposé sans viscosité, et soumis à une induction magnétique B normale à sa surface, s'écrit [11]

$$\omega^2 = gk - \frac{f[\chi]}{\rho\mu_0} B^2 k^2 + \frac{\gamma}{\rho} k^3, \quad (1)$$

où ω est la pulsation de l'onde, k son nombre d'onde, $g = 9,81$ m/s² l'accélération de la pesanteur, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m la perméabilité magnétique du vide, et $f[\chi] \equiv \frac{\chi^2}{(1+\chi)(2+\chi)}$. χ est la susceptibilité magnétique du ferrofluide dont les variations avec le champ magnétique extérieur H peuvent être modélisées par la

théorie classique de Langevin [16] : $\chi(H) = \frac{M_{sat}}{H} \mathcal{L}\left(\frac{3\chi_i H}{M_{sat}}\right)$ où $\mathcal{L}(x) \equiv \coth(x) - 1/x$. En considérant l'Eq. constitutive $B = \mu_0(1 + \chi)H$, le calcul de $\chi(B)$ s'effectue numériquement. On en déduit les valeurs de $f[\chi]$ pour tout B nécessaires à l'analyse de la relation de dispersion d'Eq. (1).

Pour $B = 0$, la relation de dispersion d'Eq. (1) se réduit au cas des ondes de gravité-capillarité : ω est une fonction monotone de k , dominée par le terme de gravité aux faibles valeurs de k et par le terme de capillarité aux grandes valeurs de k . Lorsque l'on augmente B , le terme quadratique négatif $-B^2 k^2$ croît : la relation de dispersion devient non-monotone et admet un minimum local. Lorsque le minimum de $\omega^2(k)$ devient négatif, la surface plane devient instable et un réseau hexagonal de pics, caractéristique de l'instabilité dite de Rosensweig [11,12], apparaît à la surface du ferrofluide. En utilisant la relation de dispersion d'Eq. (1), on détermine le point critique ($\frac{d\omega}{dk} = 0$ et $\omega = 0$) définissant le seuil de l'instabilité pour l'induction magnétique critique B_c telle que $f[\chi(B_c)]B_c^2 = 2\mu_0\sqrt{(\rho g \gamma)}$ soit $B_c = 292,3$ G. La détermination visuelle directe du seuil de l'instabilité permet d'obtenir la valeur expérimentale $B_c = 294 \pm 2$ G cohérente avec le résultat théorique précédent. Dans la suite, on considérera l'induction magnétique adimensionnée B/B_c .

3 Résultats et discussion

Le spectre de puissance de l'amplitude des ondes à la surface du ferrofluide est représenté en Fig. 2 pour différentes inductions magnétiques B appliquées. Pour $B = 0$ (voir encart), le spectre est similaire à ceux précédemment observés dans les fluides usuels [3] : deux lois de puissance décroissantes correspondant aux régimes de turbulences d'ondes de gravité et de capillarité. Les exposants des lois de puissance sont déterminés par régression linéaire : le régime capillaire exhibe un comportement en $f^{-2,9 \pm 0,1}$, en bon accord avec le résultat issu de la théorie de turbulence faible en $f^{-17/6}$ [17] ; et le régime de gravité est trouvé en $f^{-4,6}$. Comme l'exposant de la cascade des ondes de gravité dépend expérimentalement des paramètres de forçage [3,7] (un effet non pris en compte par le calcul théorique $\sim f^{-4}$ [18]), la régression linéaire de cette partie du spectre ne sert qu'à la mesure de la fréquence de transition f_{gc} entre les régimes de gravité et de capillarité.

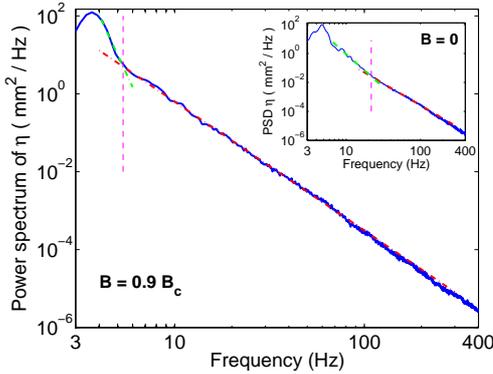


Fig. 2. Spectre de puissance de $\eta(t)$ pour deux valeurs de B . Encart : $B = 0$: Régimes de gravité et de capillarité de pentes $-4,6$ et $-2,9$ (pointillés). Transition $f = 20$ Hz. Principale : Régime magnéto-capillaire de pente $-3,1$. Transition $f = 5$ Hz. Paramètre du forçage : $1 - 5$ Hz. $B_c = 294$ G.

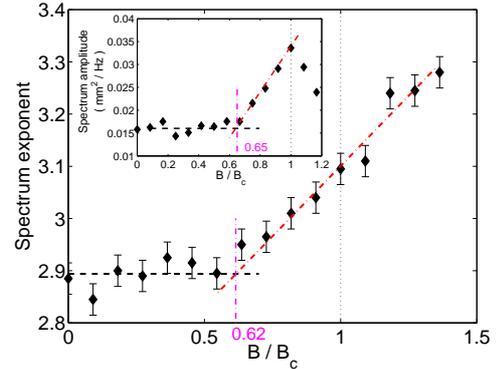


Fig. 3. Exposant du spectre magnéto-capillaire en fonction de l'induction magnétique adimensionnée B/B_c . Encart : Amplitude du spectre de puissance (moyennée entre 8 et 18 Hz) en fonction de B/B_c . Paramètre du forçage : $1 - 4$ Hz. $B_c = 294$ G.

En égalisant les deux termes de l'Eq. (1) pour $B = 0$, on trouve alors $f_{gc} = \frac{1}{\pi} \sqrt{2g/l_c} = 15,2$ Hz où $l_c = \sqrt{\gamma/(\rho g)}$ est la longueur capillaire [3]. Tout comme pour les fluides usuels [3], f_{gc} est trouvé dépendre de la gamme de fréquence de l'excitation : 26,6 Hz, 21,0 Hz et 17,2 Hz pour un forçage

aléatoire respectivement de 1 – 6 Hz, 1 – 5 Hz, 1 – 4Hz. Par conséquent, pour étudier *la dépendance* de la fréquence de transition avec l’induction magnétique B , on effectuera dans la suite la mise à l’échelle : $\tilde{f}(B) \equiv \frac{f(B)}{f(B=0)} f_{gc}(B=0)$.

Pour $B \neq 0$, le spectre de puissance des amplitudes des ondes présente deux nouvelles caractéristiques inattendues. Comme indiqué en Fig. 2 (pour $B = 0,9B_c$) la fréquence de transition est fortement diminuée jusqu’à 5 Hz et une loi de puissance en $f^{-3,1}$ est obtenue sur la totalité de la gamme de fréquences accessibles. Essayons tout d’abord d’interpréter cette dernière observation. Le spectre de puissance S_η peut être calculé par analyse dimensionnelle pour les régimes de gravité et de capillarité [10], respectivement, comme $S_\eta^{grav} \sim \varepsilon^{1/3} g f^{-4}$ et $S_\eta^{cap} \sim \varepsilon^{1/2} \left(\frac{\gamma}{\rho}\right)^{1/6} f^{-17/6}$, où ε est le flux d’énergie [dimension $(L/T)^3$]. Une hypothèse de ces calculs est de connaître l’ordre des interactions résonantes c.-à-d. de supposer que le spectre est en $\varepsilon^{1/(N-1)}$ pour un processus à N ondes [10]. S_η^{grav} et S_η^{cap} sont alors obtenus puisque la turbulence d’ondes de gravité est un processus à 4 ondes et celle du régime capillaire est un processus à 3 ondes. On peut aussi calculer dimensionnellement le spectre de puissance de la turbulence d’ondes magnétiques. Comme l’ordre des interactions magnétiques n’est pas connu théoriquement, la résolution par l’analyse dimensionnelle n’est possible qu’en supposant la dépendance du spectre en ε^α où α est indéterminé. On trouve alors pour ce régime

$$S_\eta^{mag}(f) \sim \varepsilon^\alpha \left(\frac{B^2}{\rho\mu_0}\right)^{\frac{2-3\alpha}{2}} f^{-3}. \quad (2)$$

Contrairement aux systèmes dispersifs précédents, dans ce régime non-dispersif 2D, l’exposant -3 de la dépendance fréquentielle ne dépend pas de l’exposant du flux d’énergie, c.-à-d. de l’ordre N des interactions résonantes. Les prédictions théoriques pour les exposants des spectres des régimes magnétique et capillaire, respectivement -3 et $-17/6 \simeq -2,83$, sont trop proches pour être discriminées expérimentalement : la rupture de pente entre ces deux régimes ne peut être repérée et une unique loi de puissance apparaît en Fig. 2 correspondant au régime de turbulence « magnéto-capillaire ».

La figure 3 présente les variations de l’exposant fréquentiel du spectre magnéto-capillaire avec B . Pour de faibles valeurs de B , les ondes capillaires sont prépondérantes et l’exposant reste constant et vaut $\simeq -2.9$ en bon accord avec le résultat théorique capillaire. Lorsque $B/B_c \geq 0.65$, les ondes magnétiques deviennent dominantes (voir ci-après) et l’exposant augmente légèrement avec B jusqu’à $-3,1$, en assez bon accord avec le résultat dimensionnel en -3 de l’Eq. (2). Pour $B/B_c \geq 1$, l’instabilité de Rosensweig apparaît et l’exposant du spectre varie fortement avec B . Cela peut être attribué à la croissance du motif hexagonal de pics qui déforme la surface du ferrofluide. L’encart en Fig. 3 montre l’amplitude du spectre de puissance (moyennée entre 8 et 18 Hz) en fonction de B . L’amplitude du spectre est trouvée approximativement constante lorsque B reste inférieure à $0,65B_c$, seuil des ondes magnétiques. Au dessus de cette valeur, l’amplitude du spectre croît linéairement avec B jusqu’à $B/B_c = 1$ où l’instabilité interfaciale apparaît. En utilisant l’Eq. (2), on déduit de cette dépendance linéaire que $2 - 3\alpha = 1$, et par conséquent $\alpha = 1/3$; et comme $\alpha = 1/(N-1)$, on obtient $N = 4$. On démontre ainsi expérimentalement que le régime de turbulence d’ondes de surface magnétiques résulte d’un processus d’interaction à 4 ondes.

La fréquence de transition entre le régime de gravité et le régime magnéto-capillaire décroît lorsque B augmente (voir la Fig. 2). La figure 4 montre l’évolution de la fréquence de transition après la mise à l’échelle $\tilde{f}(B)$ (voir ci-dessus) en fonction de B pour trois différentes gammes de fréquence de forçage aléatoire. Lorsque B augmente, \tilde{f} décroît avec la même loi d’évolution, quelque soit la fréquence du forçage. Au delà de $B = B_c$, \tilde{f} devient du même ordre que la limite haute de la gamme de fréquence du forçage et ne peut par conséquent plus être mesurée. Néanmoins, quand $B > B_c$ et pour le forçage 1 – 6 Hz, le spectre de puissance (non représenté ici) fait apparaître trois lois de puissance, c’est-à-dire une seconde rupture de pente correspondant à une transition magnéto-capillaire (aux valeurs élevées de B , les spectres magnétique et capillaire ne sont plus confondus). Cette nouvelle fréquence de transition est reportée sur la Fig. 3 par les symboles (o) sans mise à l’échelle. Pour les plus faibles gammes de fréquence, la rupture de pente aux champs élevés est trop faible pour une détermination précise de la fréquence de transition entre les régimes magnétique et capillaire.

La relation de dispersion permet de calculer théoriquement ces fréquences de transition. Quelque soit B , le terme de droite de l’Eq. 1 est dominé, aux faibles valeurs de k , par le terme linéaire gk

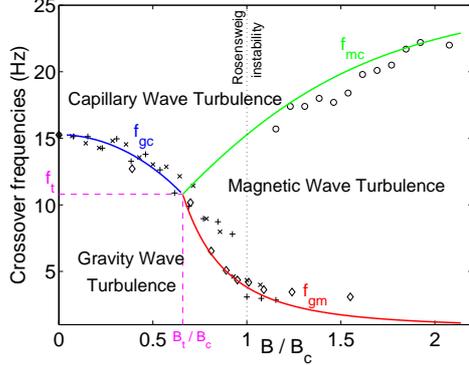


Fig. 4. Fréquences de transition, $\tilde{f}(B) \equiv f_{gc}(0) \times f(B)/f(0)$ en fonction de B pour différentes gammes de fréquences de forçage : (\times) 1 – 4 Hz, (\diamond) 1 – 5 Hz, et (+ or \circ) 1 – 6 Hz. Les courbes théoriques f_{gc} , f_{gm} et f_{mc} sont respectivement issues des Eqs. (3), (4) et (5). Les coordonnées du point triple ($f_t = 10.8$ Hz, $B_t/B_c = 0.65$) sont données par l'Eq. (6).

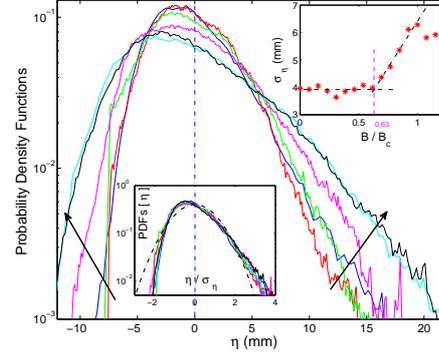


Fig. 5. Fonctions de densité de probabilité de l'amplitude, η , des ondes pour différentes valeurs de $B/B_c = 0; 0, 3; 0, 54; 0, 77; 0, 92; 1, 2$ (voir les flèches). Paramètre du forçage : 1 – 4 Hz. Encart bas : Mêmes PDF représentées en utilisant la variable réduite η/σ_η . Gaussienne (pointillés). Encart haut : Ecart-type de l'amplitude σ_η en fonction de B/B_c .

(ondes de gravité) et, aux valeurs élevées de k , par le terme cubique $(\gamma/\rho)k^3$ (ondes capillaires). On fait l'hypothèse que le terme quadratique $-\frac{f[\chi]}{\rho\mu_0}B^2k^2$ (ondes magnétiques) domine lorsque celui-ci est supérieur au terme linéaire et au terme cubique, c.à-d. lorsque $f[\chi]B^2 > \mu_0\sqrt{\rho g\gamma}$, ce qui pour le ferrofluide utilisé donne $B > 0.65B_c$. Ainsi, lorsque $B < 0.65B_c$, il n'existe pas de longueur d'onde pour laquelle le terme magnétique est dominant dans l'Eq. (1). Quand $B > 0.65B_c$, ce terme devient dominant sur une gamme de longueurs d'ondes entre celles de gravité et celles de capillarité : c'est le seuil d'apparition des ondes magnétiques. Cette analyse explique pourquoi l'exposant du spectre et son amplitude, représentés en Fig. 3, changent de comportement d'évolution pour $B \simeq 0.65B_c$. Étonnamment, cette valeur critique de l'induction magnétique ainsi que l'existence d'ondes magnétiques à la surface des ferrofluides n'ont pas, à notre connaissance, été rapportées précédemment. Les fréquences de transition entre les régimes de gravité, magnétique et capillaire sont calculées en équilibrant les termes de la relation de dispersion deux à deux. Pour obtenir la transition gravito-capillaire, on équilibre le premier et le troisième terme du membre de droite de l'Eq. (1) : $gk_{gc} = (\gamma/\rho)k_{gc}^3$, d'où $k_{gc} = \sqrt{\rho g/\gamma}$ qui, remplacé dans la relation de dispersion, donne

$$\omega_{gc}^2 = 2\sqrt{\frac{g^3\rho}{\gamma} - \frac{gf[\chi]B^2}{\mu_0\gamma}}, \text{ pour } f[\chi]B^2 < \mu_0\sqrt{\rho g\gamma}. \quad (3)$$

De manière analogue, en équilibrant le premier et le deuxième terme, on obtient la fréquence de transition gravito-magnétique

$$\omega_{gm}^2 = \frac{\gamma}{\rho} \left[\frac{\mu_0\rho g}{f[\chi]} \right]^3 B^{-6}, \text{ pour } f[\chi]B^2 > \mu_0\sqrt{\rho g\gamma}. \quad (4)$$

Enfin, en équilibrant le deuxième et le troisième terme, la fréquence de transition magnéto-capillaire s'écrit

$$\omega_{mc}^2 = \frac{gf[\chi]}{\mu_0\gamma} B^2, \text{ pour } f[\chi]B^2 > \mu_0\sqrt{\rho g\gamma}. \quad (5)$$

Ces fréquences de transition théoriques sont représentées en Fig. 4 dans le plan $(B/B_c, f)$ et montrent un bon accord avec les données expérimentales. Ce graphe montre également le domaine d'existence des ondes magnétiques pour $B/B_c > 0.65$ et celle d'un point triple correspondant à la coexistence des trois domaines. Ses coordonnées peuvent être calculées en équilibrant les trois termes de la relation de

dispersion, ce qui donne

$$f_t = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{g^3 \rho}{\gamma} \right)^{1/4} \quad \text{et} \quad B_t^2 = \mu_0 \sqrt{\rho g \gamma} / f[\chi(H_t)] \quad , \quad (6)$$

soit $f_t = 10.8$ Hz and $B_t/B_c = 0.65$ en bon accord avec les données de la Fig. 4.

Enfin, les fonctions de densité de probabilité (PDF) des amplitudes des ondes de surface sont représentées sur la Fig. 5 pour différentes valeurs de B/B_c . Pour $B = 0$, la PDF est trouvée asymétrique et ne suit pas une loi gaussienne, de manière similaire aux résultats avec un fluide usuel [3]. Cela signifie que les creux profonds sont rares, tandis que les crêtes élevées sont plus probables : cet écart à la distribution gaussienne est la signature de la nature non-linéaire des interactions intervenant dans le régime de turbulence d'ondes. L'asymétrie de la PDF est accrue lorsque B augmente. L'encart bas en Fig. 5 montre la superposition de toutes ces PDF lorsqu'elles sont normalisées par l'écart-type σ_η . L'existence d'une courbe maîtresse non gaussienne signifie que le régime non linéaire n'est déterminé statistiquement que par σ_η . L'encart haut en Fig. 5 représente l'évolution de σ_η en fonction de B/B_c . Pour $B/B_c \leq 0.63$, σ_η ne dépend pas de l'induction magnétique. On remarque que cette valeur est très proche du seuil prédit et observé précédemment pour l'apparition des ondes magnétiques $B_t/B_c = 0,65$. Au-delà de ce seuil, σ_η croît assez linéairement avec B jusqu'à l'apparition de l'instabilité de Rosensweig à B_c .

Ce travail a été financé par l'ANR Turbonde BLAN07-3-197846.

Références

1. F. BOYER & E. FALCON, *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 244502 (2008) — PRL Editors' Suggestion; aussi dans *Physics*, « The New Wave » 22 Dec. 2008 (<http://physics.aps.org/synopsis-for/10.1103/PhysRevLett.101.244502>).
2. W. B. WRIGHT, R. BUDAKIAN & S. J. PUTTERMAN, *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 4528 (1996) — M. YU. BRAZHNIKOV *et al.*, *Europhys. Lett.*, **58**, 510 (2002).
3. E. FALCON, C. LAROCHE & S. FAUVE, *Phys. Rev. Lett.*, **98**, 094503 (2007).
4. V. E. ZAKHAROV, G. FALKOVICH & V. S. L'VOV, *Kolmogorov Spectra of Turbulence*, Springer-Verlag (1992).
5. E. FALCON, S. FAUVE & C. LAROCHE, *Phys. Rev. Lett.*, **98**, 154501 (2007).
6. E. FALCON *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 064503 (2008).
7. P. DENISSENKO, S. LUKASCHUK & S. NAZARENKO, *Phys. Rev. Lett.*, **99** 014501 (2007)
8. Y. CHOI *et al.*, *Phys. Lett. A*, **339**, 361 (2005) — S. NAZARENKO, *J. Stat. Mech.*, ?? L02002 (2006).
9. Y. CHOI, Y. V. LVOV & S. NAZARENKO, *Phys. Lett. A*, **332**, 230 (2004).
10. C. CONNAUGHTON, S. NAZARENKO & A. C. NEWELL, *Physica D*, **184**, 86 (2003) et références citées.
11. R. E. ROSENSWEIG, *Ferrohydrodynamics*, Dover, New York (1997) — E. BLUMS, A. CEBERS & M. M. MAIOROV, *Magnetic Liquids* (Library Binding, 1997).
12. M. D. COWLEY & R. E. ROSENSWEIG, *J. Fluid Mech.*, **30**, 671 (1967).
13. J. BROWAEYS, J.-C. BACRI, C. FLAMENT, S. NEVEU & R. PERZYNSKI, *European Physical Journal B*, **9**, 335 (1999) — J. BROWAEYS, Thèse de Université Paris-Diderot (2000).
14. J. P. EMBS, C. WAGNER, K. KNORR & M. LÜCKE, *EPL*, **78** 44003 (2007) — H. W. MÜLLER, *J. Magn. Magn. Mater.*, **201**, 350 (1999) — T. MAHR, A. GROISMAN & I. REHBERG, *J. Magn. Magn. Mater.*, **159**, L45 (1996).
15. La synthèse du ferrofluide a été réalisée par le Laboratoire LI2C de l'Université Paris 6.
16. B. ABOU, G. NÉRON DE SURGY & J. E. WESFREID, *J. Phys. II* (France), **7**, 1159 (1997) — B. ABOU, Thèse de l'Université Paris-Diderot (1998).
17. V. E. ZAKHAROV & N. N. FILONENKO, *J. App. Mech. Tech. Phys.*, **8**, 37 (1967).
18. V. E. ZAKHAROV & N. N. FILONENKO, *Sov. Phys. Dokl.*, **11**, 881 (1967) — V. E. ZAKHAROV & M. M. ZASLAVSKY, *Atmos. Oceanic Phys.*, **18**, 747 (1982).