

Instabilité d'un fluide dans un cylindre en précession

Romain Lagrange¹, Patrice Meunier¹, Christophe Eloy¹ & François Nadal²

¹ IRPHE, CNRS, Universités Aix-Marseille
49 rue F. Joliot-Curie, 13384 Marseille CEDEX 13

² Commissariat à l'Énergie Atomique
CESTA 33114 le Barp

Romain.Lagrange@irphe.univ-mrs.fr

Nous analysons de façon théorique et expérimentale la stabilité d'un fluide dans un cylindre en précession, c'est-à-dire en rotation autour de son axe, lui-même tournant autour d'un second axe incliné d'un angle θ , appelé angle de précession. Un tel mouvement se retrouve par exemple en aéronautique (précession des objets volants à carburant liquide) et en géophysique (précession terrestre, dynamique du noyau liquide, influence sur le champ magnétique).

Il est bien connu [1] que la précession force des ondes au sein du fluide appelées modes de Kelvin dont la structure et l'amplitude sont prédites par une théorie linéaire non-visqueuse. Dans le cas où un mode de Kelvin forcé est résonnant (lorsque la hauteur du cylindre vaut un nombre impair de demi-longueurs d'onde), la prise en compte des effets non-linéaires et visqueux est nécessaire [2]. Nous avons mis en place une théorie non-linéaire et visqueuse qui prédit la saturation en amplitude du mode résonnant. Nous avons montré que cette amplitude varie comme $Re^{1/2}$ aux faibles nombres de Reynolds et en $\theta^{1/3}$ aux grands nombres de Reynolds [3], [4], [5].

Pour des nombres de Reynolds suffisamment grands, cet écoulement devient instable. Par une analyse de stabilité linéaire nous établissons une expression formelle du taux de croissance dans le cas où un mode de Kelvin forcé par la précession résonne avec deux modes de Kelvin libres. Cette interaction entre trois modes de Kelvin (résonance triadique) est réalisée via le terme non-linéaire de l'équation de Navier-Stokes. À partir de l'expression du taux de croissance nous déterminons l'angle de précession θ pour lequel l'écoulement devient instable. Les prédictions sont confirmées par des mesures expérimentales obtenues par PIV.

La dynamique non-linéaire de l'instabilité est ensuite analysée de manière expérimentale. Lorsqu'on est proche du seuil, l'amplitude de la perturbation sature aux temps longs. En s'éloignant du seuil une oscillation de l'amplitude de la perturbation et une apparition périodique d'un mode géostrophique sont observées. Loin du seuil l'écoulement semble turbulent. Enfin, la mesure de l'amplitude de la perturbation en fonction du nombre de Reynolds semble indiquer que l'instabilité de précession est une bifurcation de type sous-critique. Des mesures complémentaires sont en cours de réalisation pour valider cette affirmation.

Références

- [1] McEwan, A.D. 1970. Inertial oscillations in a rotating fluid cylinder *J. Fluid Mech.* **40**(3) 603-640
- [2] Gans, R. F. 1970. On the precession of a resonant cylinder *J. Fluid Mech.* **41**(4) 865-872
- [3] Meunier, P., Nadal, F., Lagrange, R., Eloy, C. 2007. Resonant flow in a precessing cylinder. À paraître dans *J. Fluid Mech.*
- [4] Manasseh, R. 1996. Nonlinear behaviour of contained inertia waves *J. Fluid Mech.* **315** 151-173
- [5] Kobine, J.J. 1996. Azimutal flow associated with inertial wave resonance in a precessing cylinder *J. Fluid Mech.* **319** 387-406