

Classification des langues chaotiques d'un laser de fibre dopée erbium par analyse topologique

Javier Used & Juan Carlos Martín

Dpto. Física Aplicada — Universidad de Zaragoza — C/Pedro Cerbuna, 12 — E50009 Zaragoza, Espagne
jcmartin@unizar.es

Résumé. Nous présentons la caractérisation par analyse topologique du comportement chaotique d'un anneau laser de fibre dopée erbium dont la puissance de pompage est modulée selon un profil sinusoïde. L'étude a été réalisée sur des séries temporelles expérimentaux aussi que numériques, pour la plage 1 - 20 KHz de fréquence de modulation de la puissance de pompage. L'accord entre les mesures et les calculs est qualitativement acceptable : tous les deux fournissent des ensembles de langues chaotiques qui se ressemblent. À plusieurs d'elles, les schémas d'attracteur chaotique (gabarits) expérimentaux et théoriques coïncident. Néanmoins, les structures caractéristiques de certains attracteurs expérimentaux ne sont pas trouvées sur les résultats numériques. Il s'agit de gabarits spécialement intéressantes parce qu'ils n'avaient pas été rapportés associés à d'autres séries temporelles expérimentaux (à notre connaissance).

Abstract. We present the characterisation by topological analysis of the chaotic behaviour of an erbium-doped fibre ring laser with sine-wave pump power modulation. The study has been carried out both on experimental and numerical time series for pump modulation frequencies within the 1 - 20 KHz range. Agreement between measurements and calculations is qualitatively acceptable : both of them provide similar sets of chaotic regions. In several cases, experimental and theoretical chaotic attractor schemes (templates) match. However, the characteristic structures of certain experimental attractors are not found numerically. It deals with especially interesting templates because they had not been reported associated to any experimental time series (to our knowledge).

1 Introduction

Les lasers de fibre dopée erbium (LFDE) ont été l'objet de nombreuses études, spécialement à cause de leurs potentielles applications comme source pour la troisième fenêtre de télécommunications, grâce à leurs propriétés spectroscopiques. Mais aussi du point de vue de la dynamique non-linéaire ces lasers présentent un grand intérêt, puisqu'ils peuvent montrer une riche variété de phénomènes non-linéaires comme autopsulation, multistabilité ou chaos [1-3]. En plus, leur simple maniabilité et le prix modéré de ses composants font d'eux des dispositifs attirants pour la recherche de plusieurs applications du chaos : contrôle du chaos, synchronisation de l'émission de deux lasers chaotiques [4] ou communication avec le chaos [5]. L'optimisation et l'éventuel intérêt pratique de ces applications dépend de la connaissance des propriétés du chaos généré par les LFDEs. Un des plus puissants outils de caractérisation du chaos c'est l'analyse topologique [6,7] : cette technique permet d'obtenir information sur l'attracteur chaotique beaucoup plus détaillé que celle fourni par d'autres paramètres (dimension fractale, exposants de Liapounov...), puisque l'analyse topologique révèle la structure de l'attracteur, laquelle peut toujours se décrire au moyen d'un gabarit. À présent, l'analyse topologique peut être appliquée aux systèmes avec trois variables dynamiques, comme c'est le cas des LFDEs, traitables comme lasers monomode.

Bien que cette technique a été déjà appliquée avec succès à plusieurs systèmes, son développement continue parce que quelques questions demeurent ouvertes. Par exemple, l'évolution du gabarit à mesure que l'on varie un certain paramètre de contrôle, liée à l'apparition ou disparition des orbites périodiques instables qui composent le spectre d'orbites de l'attracteur, n'a été étudié expérimentalement que très rarement [8]. D'un autre côté, jusqu'au moment seulement des gabarits qui suivent quelques schèmes très définis (fer à cheval, fer à cheval inversé et gâteau roulé) ont été trouvés sur un système expérimental. C'est intéressant de compter sur des nouvelles observations expérimentaux de gabarits afin de vérifier si

ce réduit nombre de schèmes augmente puisque, tandis que ce nombre soit limité, le soupçon existera d'une possible raison fondamentale qui interdit l'existence de certains gabarits. Alors, si l'étude du chaos d'un LFDE est attirante par soi-même, la méthode suivie est aussi intéressante puisque les résultats tirés peuvent contribuer au développement de la propre méthode.

Nous présentons des résultats expérimentaux des gabarits déduits à partir du signal chaotique d'un anneau LFDE dont le pompage P_p est modulé selon la fonction $P_p(t) = P_0(1 + m\cos(2\pi ft))$. P_0 , m et f représentent la puissance moyenne de pompe, le taux de modulation et la fréquence de modulation, respectivement. En balayant la fréquence f , on a observé des différentes langues chaotiques et, la plupart des cas, on a obtenu le gabarit correspondant à chaque condition de travail. Non seulement les schèmes avant mentionnés ont été trouvés, mais aussi des nouveaux schèmes. D'un autre côté, nous aussi présentons la série de gabarits tirés du signal chaotique calculé selon un modèle d'anneau LFDE [2] en considérant les mêmes conditions de modulation que les expérimentaux. Compte tenu de l'incertitude sur plusieurs paramètres à inclure dans le modèle, on trouve un accord acceptable entre les résultats expérimentaux et les calculs.

2 Description expérimentale, analyse et résultats

La Figure 1 représente un schéma du dispositif expérimental utilisée. L'anneau est composé d'un multiplexeur à travers duquel le pompage est introduit dans la cavité laser, une fibre dopée erbium, un filtre pour syntoniser la longueur d'onde laser désirée, un isolateur qui ne permet qu'un sens de circulation de la radiation laser et un coupleur qui permet de tirer à l'extérieur un pourcentage de la puissance laser de la cavité. Le laser de pompage est modulé avec un générateur et le signal laser est détecté avec une photo-diode PIN connectée à un amplificateur logarithmique dont la sortie est enregistrée par un oscilloscope. Pour chaque condition de modulation, on enregistre une série temporelle qui contient environ 10^4 périodes. Les balayages de la fréquence de modulation révèlent l'existence de nombreuses langues chaotiques séparées par régions où le comportement est périodique (Fig. 2). Il convient de souligner que la localisation des langues chaotiques dépend du sens de balayage du paramètre de contrôle, à cause de la multistabilité du système [2]. Les résultats montrés ici correspondent au sens ascendant du balayage.

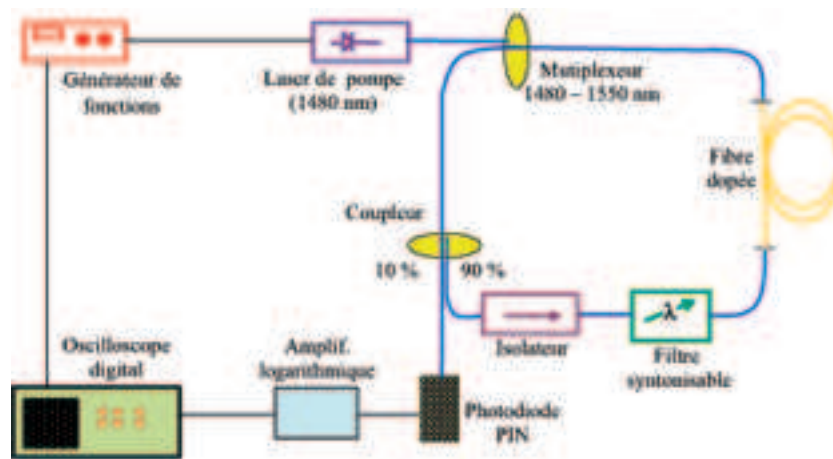


Fig.1. Dispositif expérimental. En bleu : fibre passive ; en noir : connexions électriques

Le procédé habituel de l'analyse topologique [6,7] est appliqué aux séries temporelles chaotiques trouvées : des orbites périodiques instables (OPIs) sont cherchées sur elle, on compte les *linking numbers*

entre chaque couple d'orbites aussi que les *self linking numbers* propres de chaque orbite et, si le nombre de *linking numbers* déterminés suffit, le gabarit correspondant est obtenu. Malheureusement, accomplir le dernier étage n'est toujours possible parce que soit que l'on n'a pas trouvé assez d'OPIs, soit que beaucoup des croisements entre elles ne sont pas nettes à cause du bruit, il n'y a pas de linking numbers certaines pour déterminer un gabarit unique. C'est pour ça que l'on donne plusieurs résultats possibles dans quelques cas.

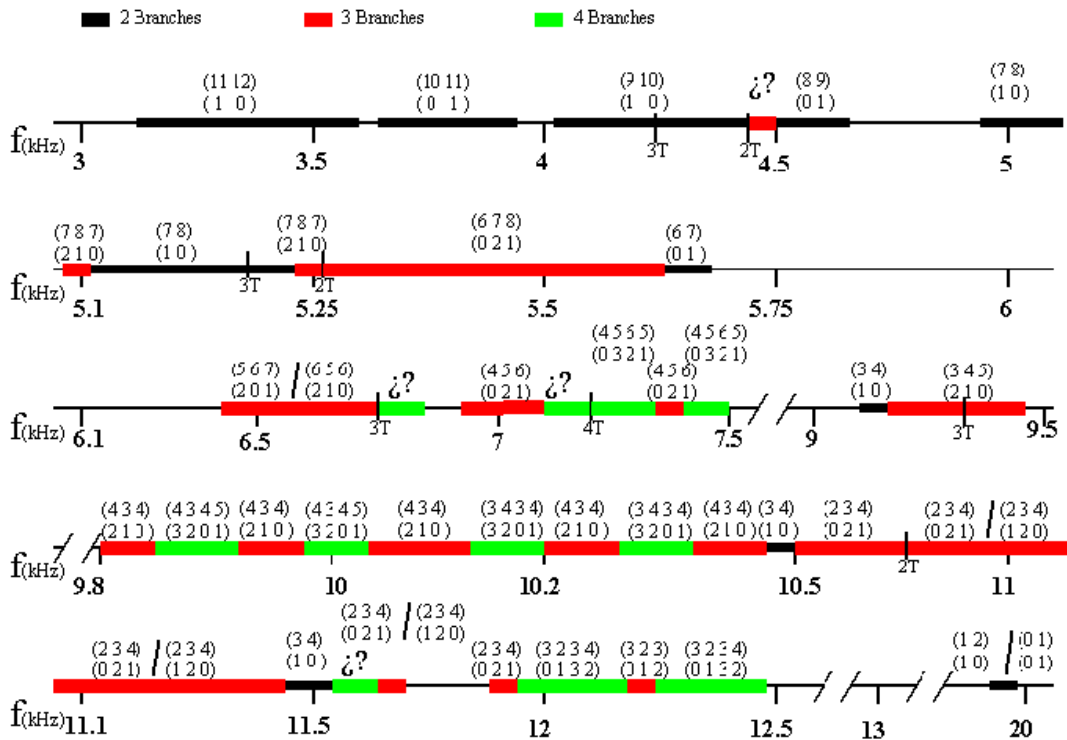


Fig.2. Gabarits expérimentaux obtenus après un balayage ascendant de la fréquence de modulation. Sur chaque région chaotique, on signale les gabarits les plus simples compatibles avec les *linking numbers* détectés (on donne les éléments de la diagonale de la matrice gabarit (au dessus) et la matrice d'insertion (au dessous)). Le point d'interrogation est mis sur les régions où il y a plus de deux gabarits du même nombre de branches, compatibles avec les *linking numbers*. $P_p = 43 \text{ mW}$; $m = 0.71$. Longueur d'onde du signal laser : 1532 nm

Sur la Figure 2, on peut apprécier que, pour les fréquences de modulation inférieures à 4.8 KHz, il y a plusieurs langues chaotiques caractérisées par des gabarits à deux branches. À la région chaotique comprise entre 4.9 KHz et 5.7 KHz, on observe la séquence de gabarits fer à cheval inversé - gâteau roulé - fer à cheval, déjà décrite en [6-9], mais avec deux séries temporelles enregistrées (qui correspondent à $f=5.1$ KHz et $f=5.25$ KHz) lesquelles semblent accorder avec un gabarit à trois branches qui ne suit pas le schème "gâteau roulé". La région comprise entre $f=6.45$ KHz et $f=7.5$ KHz contient les cas les plus difficiles à analyser : de $f=6.45$ KHz à $f=6.7$ KHz, nous trouvons deux possibles solutions compatibles avec les croisements des orbites identifiées; de $f=6.7$ KHz à $f=6.9$ KHz, on ne trouve pas de gabarits à trois branches et, par contre, on trouve plusieurs gabarits à quatre branches comme solutions possibles; à la fin, de $f=6.9$ KHz à $f=7.5$ KHz, nous trouvons des séries qui suivent un gabarit à trois branches "gâteau roulé" et d'autres qui suivent un gabarit à quatre branches dont la structure n'est pas de "gâteau roulé". La région limitée par $f=9.1$ KHz et $f=9.4$ KHz présente aussi un "gâteau roulé" dont la particularité c'est que sa branche centrale a une torsion pair (alors, il s'agit d'un "gâteau roulé inversé"). De $f=9.8$ KHz à $f=12.4$ KHz, les résultats trouvés sont très variés : il y a des "fers à cheval", des gabarits à

trois branches (quelques-uns sont des "gâteaux roulés", quelques autres ne le sont pas), des gabarits à quatre branches et, aussi, des cas où on n'a pas été possible de déterminer le gabarit. La dernière langue chaotique apparaît à $f=19.8$ KHz. Le maigre nombre d'orbites détectées ne permet pas la détermination de son gabarit.

3 Modèle et résultats des calculs

Pour le traitement du comportement dynamique d'un anneau LFDE, le modèle employé [2] consiste à un système non-autonome de deux équations couplées qui décrivent l'évolution des deux variables dynamiques choisies (en plus de la phase de la modulation), à savoir, le taux de population du niveau supérieur de la transition laser (N) et la puissance laser (P_l) :

$$dN/dt = S_1(t) - S_2(t)N + S_3P_l - S_4NP_l \quad (1)$$

$$dP_l/dt = (R_1 + R_2N)P_l \quad (2)$$

où S_3 , S_4 , R_1 et R_2 sont constants tandis que $S_1(t)$ et $S_2(t)$ dépendent linéairement de $P_p(t)$. Toutes ces paramètres, caractéristiques de chaque LFDE, peuvent s'exprimer en fonction de paramètres physiques (coefficient d'absorption de la fibre dopée, pertes de la cavité, concentration d'erbium, etc) et ils peuvent être déterminés au labo, quand-même approximativement [10]. Les conditions de modulation employées à l'expérience sont simulées avec ce modèle et pour chacune on obtient aussi une série temporelle. Si la série est chaotique, on l'applique la technique d'analyse topologique afin de déterminer le gabarit correspondant. La Figure 3 montre les résultats obtenus.

On peut observer que le résultat des calculs est une série de langues chaotiques semblable qualitativement à la série expérimentale : aux deux séries, dans la région $f < 4.9$ KHz, on obtient plusieurs langues chaotiques caractérisées par des gabarits à deux branches et, de 4.9 KHz à 12.5 KHz (expérimental) ou de 5.1 KHz à 11.2 KHz (théorique) on peut trouver des régions plus complexes, dont leurs gabarits présentent deux, trois ou quatre branches. Néanmoins, on observe aussi quelques différences. Une d'elles doit être souligné : dans tous les cas théoriques analysées, si le gabarit obtenu présente plus de deux branches, une des possibles solutions est un "gâteau roulé", pendant que sur certaines séries expérimentaux on a observé des structures hors du schéma "gâteau roulé". À présent nous ne savons pas si le modèle peut générer une série temporelle chaotique dont son gabarit ne suive pas le schéma "gâteau roulé". C'est possible que certains gabarits n'aient pas été obtenus théoriquement à cause du choix des paramètres S et R . Mais, d'un autre côté, les séries chaotiques théoriques analysées sont assez nombreuses, ce qui fait soupçonner que le modèle n'explique pas l'apparition de gabarits dont la structure ne soit pas de "gâteau roulé". Afin de trouver un accord meilleur entre les calculs et les mesures, notre programme de travail futur contient l'étude de quelques modifications du modèle.

4 Conclusion

L'analyse des séries temporelles générées par un anneau LFDE fournit une étendue ensemble de régions chaotiques dont les structures de leurs attracteurs sont très variées. Le modèle théorique employé reproduit acceptablement la série de langues chaotiques expérimentalement observé. Néanmoins, certains structures caractéristiques des attracteurs chaotiques expérimentales n'ont pas apparus dans les résultats théoriques. Un but de notre travail futur sera d'essayer de trouver ces résultats, soit avec un autre choix des paramètres du modèle, soit avec un autre modèle.

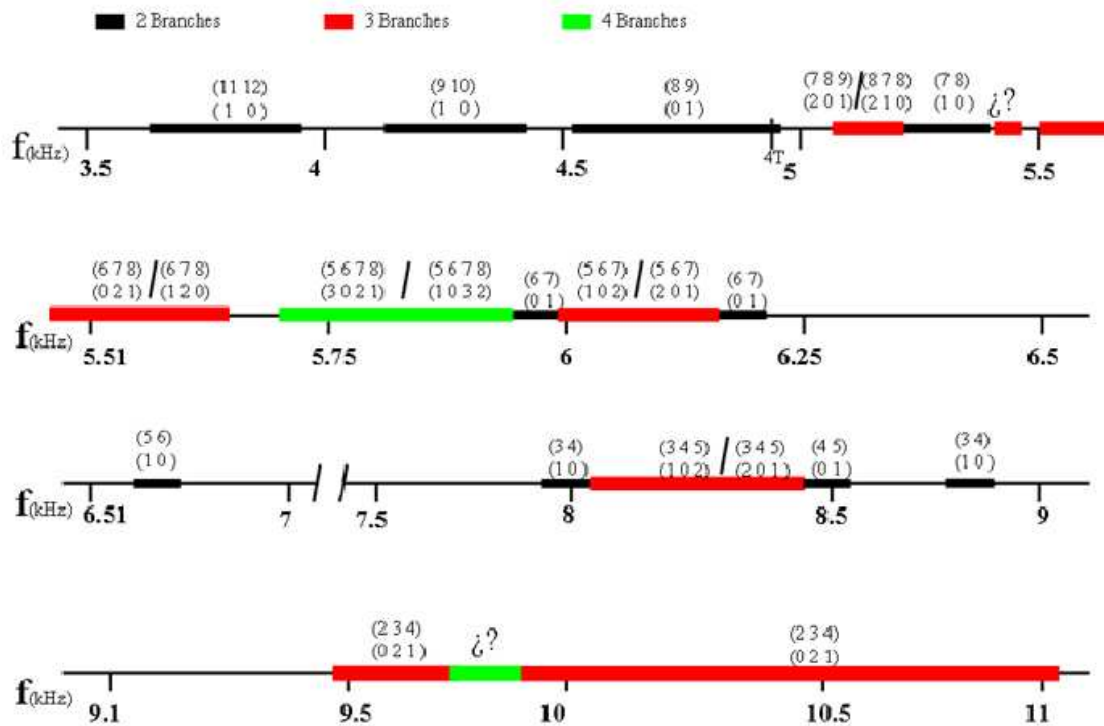


Fig.3. Gabarits théoriques obtenus après un balayage ascendant de la fréquence de modulation. Sur chaque région chaotique, on signale les gabarits les plus simples compatibles avec les *linking numbers* détectés (on donne les éléments de la diagonale de la matrice gabarit (au dessus) et la matrice d'insertion (au dessous)). Le point d'interrogation est mis sur les régions où il y a plus de deux gabarits du même nombre de branches, compatibles avec les *linking numbers*. $P_p = 43\text{ mW}$; $m = 0.71$. Longueur d'onde du signal laser : 1532 nm

Références

1. L.G. LUO, P.J. TEE & P.L. CHU, Bistability of erbium-doped fiber laser, *Optic Communications*, **146** (1-6), 151-157 (1998).
2. I.J.SOLA, J.C. MARTÍN & J.M. ÁLVAREZ, Nonlinear response of a unidirectional erbium-doped fiber ring laser to a sinusoidally modulated pump power, *Optic Communications*, **212** (4), 359-369 (2002).
3. L.G. LUO & P.L. CHU, Self-pulsation and bistability in a cw pumped erbium-doped fiber resonator system, *Optic Communications*, **135** (1-3), 116-120 (1997).
4. S. KIM, B. LEE & D.H. KIM, Experiments on chaos synchronization in two separate erbium-doped fiber lasers, *IEEE Phot. Tech. Letters*, **13** (4), 290-292 (2001).
5. L.G. LUO, P.L. CHY & H.F. LIU, 1-GHz optical communication system using chaos in erbium-doped fiber lasers, *IEEE Phot. Tech. Letters*, **12** (3), 269-271 (2000).
6. R. GILMORE & M. LEFRANC, *The Topology of Chaos* John Wiley and Sons, New York (2002)
7. R. GILMORE, Topological Analysis of Chaotic Dynamical Systems, *Reviews of Modern Physics*, **70** (4), 1455-1529 (1998).
8. G. BOULANT, M. LEFRANC, S. BIELAWSKI & D. DÉROZIER, A nonhorseshoe template in a chaotic laser model, *International Journal Bifurcations & Chaos*, **8** (5), 965-975 (1998).
9. G. BOULANT, J.PLUMECOQ, S. BIELAWSKI, D. DÉROZIER & M. LEFRANC, Model validation and symbolic dynamics of chaotic lasers using template analysis, *Proceedings of the 4th Experimental Chaos Conference*, 121-126 World Scientific, Singapore(1998).
10. I.J. SOLA, J.C. MARTÍN & J.M. ALVAREZ, 980 and 1480 nm EDF characterisation by ring tunable laser dynamic study, *Optic Communications*, **203** (3-6), 349-358 (2002).