

# Tourbillons élastiques supercritiques observés dans l'écoulement de Couette-Taylor de solutions de polymères.

F. Kelai, O. Crumeyrolle & I. Mutabazi

Laboratoire d'Ondes et Milieux Complexes (LOMC), FRE-3102 CNRS-Université du Havre, 76058 Le Havre  
 faycal.kelai@univ-lehavre.fr

**Résumé.** Nous rapportons les observations de l'écoulement de Couette-Taylor des solutions viscoélastiques obtenues à l'aide de solutions aqueuses de polyoxyéthylène (POE) de forte masse molaire et de polyéthylène glycol (PEG) de petite masse molaire. Ces solutions présentent une rhéofluidification négligeable, et se rapprochent du cas des fluides de Boger. A partir de visualisation par nappe laser nous établissons des diagrammes spatiotemporels qui sont étudiés par traitement du signal. Une transition supercritique est observée depuis l'écoulement de base vers un régime de paires irrégulièrement espacées de tourbillons, typiques d'un comportement élastique [1,2]. Nous discutons nos résultats par rapport aux travaux antérieurs.

**Abstract.** We report observations of the viscoelastic Couette-Taylor flows of polymer solutions obtained with aqueous solutions of polyethylene-oxide (PEO, high molecular weight) and polyethylene glycol (PEG, small molecular weight). These solutions have a negligible shear-thinning, and share similarities with Boger fluids. From laser light-sheet visualisation we extract space-time diagrams. The main flow features are obtained by signal analysis. A supercritical transition is observed from the basic flow to a regime of irregularly spaced pairs of vortices, an attribute of an elastic behaviour [1,2]. We compare our results with previous work.

## 1 Introduction

Les écoulements viscoélastiques peuvent présenter des comportements différents de ceux observés pour les fluides newtoniens. L'absence pour les fluides viscoélastiques d'équations universelles de type Navier-Stokes comme pour les fluides newtoniens est une limitation majeure pour la prédiction de ces écoulements. L'intérêt industriel pour les écoulements viscoélastiques a donc motivé de nombreux travaux expérimentaux. Les solutions de polymères de forte masse molaires constituent des liquides viscoélastiques modèles. Il est possible de contrôler leurs propriétés (concentrations, viscosité, etc.). Elles présentent aussi des applications immédiates, par exemple en raison du phénomène de réduction de traînée [3]. L'écoulement viscoélastique dans le système de Couette-Taylor constitue un des systèmes modèle pour l'étude des instabilités viscoélastiques, et ceci depuis plus de quarante ans. Le système de Couette-Taylor est constitué de deux cylindres coaxiaux qui peuvent tourner indépendamment l'un de l'autre, et entre lesquels est confiné une couche de fluide. Il a fait l'objet de nombreuses études dans le cas des fluides newtoniens [4-6].

Une étape majeure fut franchie dans le cas viscoélastique quand en 1990 Larson *et al.* [7] rapportèrent que les effets élastiques pouvaient à eux seuls déstabiliser l'écoulement. On parle d'instabilité purement élastique. Elles ont été observées (ex : [7,8]) avec, au seuil, un comportement oscillant non-axisymétrique et désordonné, et ceci pour des nombres de Reynolds très faibles dans la mesure où l'on peut augmenter le temps de relaxation (ex. : en augmentant la masse molaire, la concentration, la viscosité du solvant). Larson *et al.* ont établi l'existence de ce régime à la fois expérimentalement par l'étude de fluides dits de Boger (ex. : solution polyisobutylène/polybutène, très élastique et très visqueuse) et théoriquement par une étude de stabilité linéaire du modèle d'Oldroyd-B. Le mécanisme d'instabilité purement élastique a été précisé et généralisé pour des amplitudes finies –toujours avec le modèle d'Oldroyd-B– par Groisman et Steinberg [8]. Ces auteurs ont montré en étudiant le cas de solution élastiques obtenues à l'aide de polyacrylamide en solution aqueuse sucrée –moins visqueuses que les fluides de Boger– que le seuil de l'instabilité est repéré par  $K^2 = (\tau\dot{\gamma})^2(d/a)(\eta - \eta_s)/\eta$  constant (avec  $\eta$  la viscosité de la solution,  $\eta_s$  la

viscosité du solvant,  $\tau = (\eta - \eta_s)/nRT$  le temps de relaxation moléculaire avec  $n$  le nombre de moles de polymère par unité de volume,  $\dot{\gamma}$  le taux de cisaillement dans l'entrefer,  $d$  l'épaisseur de l'entrefer et  $a$  le rayon du cylindre intérieur). On note que dans [8], l'instabilité purement élastique a été observée sous la forme d'une transition avec un important effet d'hystérésis vers un mode supérieur d'instabilité appelé par ces auteurs « oscillations désordonnées » ( $K_{forward} = 1,64$ ) et que les « paires de tourbillons » élastiques isolées, qui délimitent l'écoulement en domaines et sont supposées être le mode d'instabilité élastique « primaire », ne sont observées que si on réduit le paramètre de contrôle (jusqu'à  $K_{backward} = 0,86$ ) une fois le seuil franchi. En faisant varier la concentration, la température, la proportion de sucre, ces auteurs ont notamment vérifié l'influence des viscosités respectives du solvant et de la solution sur la vitesse critique de rotation. Ces travaux ont par la suite conduit à la découverte du régime de turbulence élastique [9].

Seule se distingue l'observation par Baumert et Muller [2], pour une unique solution, d'un motif dit de « *flame pattern* », semblable mais en un peu plus désordonnée à des paires de tourbillons élastiques isolées. Ce motif ne perdurait que peu de temps dans l'expérience.

Dans ce travail nous rapportons l'apparition supercritique de paires de tourbillons élastiques isolées et désordonnées pour des solutions de polymères aqueuses de polyoxyéthylène (POE) et polyéthylène glycol (PEG), que nous comparons aux travaux antérieurs.

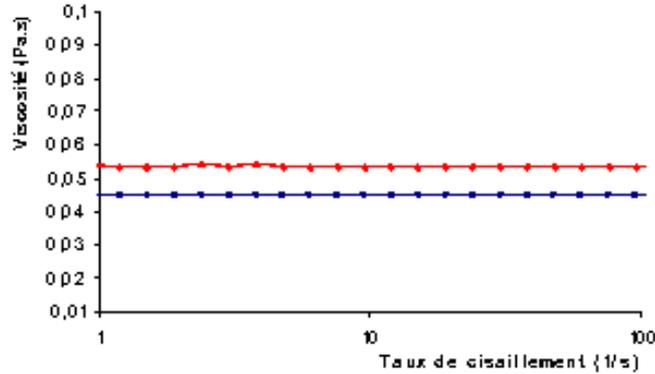
## 2 Dispositif expérimental

### 2.1 Solutions de polymères

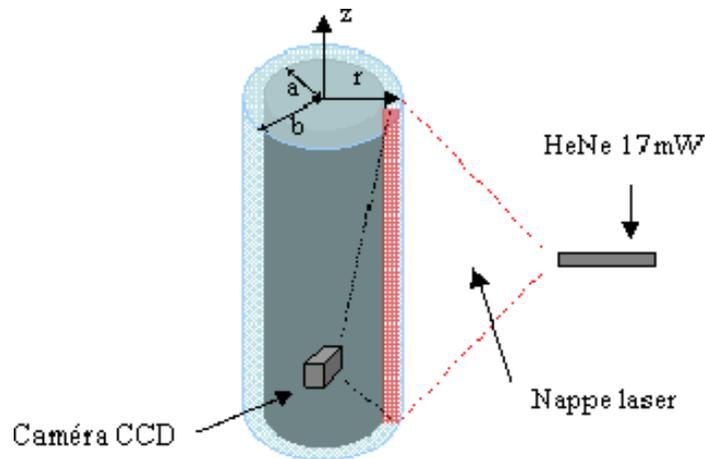
Nous employons des solutions de POE de forte masse molaire (Aldrich,  $M = 3.10^6$  g/mol d'après les mesures en diffusion de la lumière) à de faibles concentrations. Le POE est à l'origine du caractère viscoélastique. Le solvant est obtenu à partir de 97,5% d'eau, de 2,5% d'alcool isopropylique et de PEG (Fluka, 20000 g/mol) en différentes concentrations. Ce dernier polymère est employé comme agent viscosifiant. Ces solutions se rapprochent de certains travaux antérieurs avec du polyacrylamide ou du polyisobutylène, à la fois de par la faible concentration en polymère de forte masse molaire, par l'absence de rhéofluidification et par la viscosité du solvant. Cette dernière constitue la contribution principale à la viscosité totale de la solution, et les viscosités ne varient pas avec le taux de cisaillement, comme illustré fig. 1. Les viscosités de l'ensemble des solvants employés vont de 33,5 mPa.s à 98 mPa.s et celles des solutions obtenues varient de 41,5 mPa.s à 113,3 mPa.s. Ceci est à comparer avec les viscosités employées par Groisman et Steinberg [8]. Ces auteurs ont obtenu des viscosités de solutions variant entre 52 mPa.s à 290 mPa.s, avec une contribution polymérique  $\eta - \eta_s$  variant fortement avec le taux de cisaillement, le ratio  $(\eta - \eta_s)/\eta_s$  pouvant passer de environ 60% pour les faibles taux de cisaillement à 6% pour les valeurs des taux de cisaillement critiques les plus élevées employées dans leurs expériences. L'observation du motif de « *flame pattern* » par Baumert et Muller [2] a été obtenue avec un fluide plus visqueux :  $\eta_s = 260$  mPa.s,  $\eta = 300$  mPa.s.

### 2.2 Cellule de Couette-Taylor

Les solutions sont placées dans l'entrefer situé entre deux cylindres coaxiaux verticaux (fig. 2). Le cylindre intérieur est noir, en aluminium anodisé, de rayon extérieur  $a = 4$  cm et le cylindre extérieur est en verre, de rayon intérieur  $b = 5$  cm. L'entrefer s'étend sur 45,9 cm de hauteur. Le rapport d'aspect est donc de 45,9, tandis que le rapport des rayons vaut  $d/a = (b - a)/a = 0,8$ . Le cylindre extérieur est maintenu immobile. Ce dernier est isolé thermiquement par une cuve rectangulaire en plexiglas remplie d'eau. Notons que la géométrie rectangulaire du bain favorise les observations optiques. Le cylindre est piloté à l'aide d'un servomoteur qui permet de réguler la vitesse de rotation angulaire  $\Omega$  du cylindre intérieur à 0,063 rad/s près. L'expérience est réalisée à la température ambiante, très peu variable au cours d'une acquisition. L'éventuelle évolution de la température entre les acquisitions est mesurée.



**Fig.1.** Absence de rhéofluidification : exemple de viscosités de cisaillement à 25°C pour respectivement, courbe inférieure, eau + 30% en masse de PEG (=solvant) et, courbe supérieure, eau + 100 ppm en masse de POE + 30% en masse de PEG (=solution viscoélastique, 100 ppm est la valeur la plus élevée employée).



**Fig.2.** Dispositif expérimental.

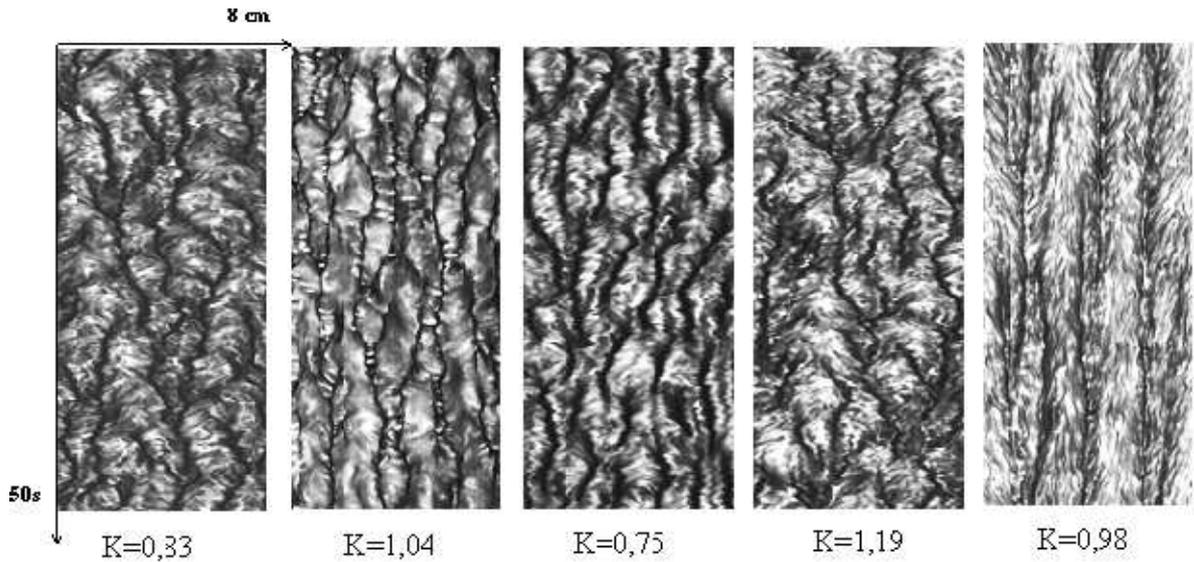
### 2.3 Visualisation

On ajoute à nos solutions 2% (en volume) de Kalliroscope AQ1000. Il s'agit d'une solution diluée de plaquettes réfléchissantes anisotropes ( $30\mu\text{m} \times 6\mu\text{m} \times 0,07\mu\text{m}$ ), sans effet sur les propriétés rhéologiques des solutions. La visualisation de l'écoulement est obtenue par une coupe laser verticale de l'entrefer de 17 à 35 cm de haut. Une caméra CCD 2D (1600x1200 pixels) enregistre l'intensité lumineuse  $I(r, z, t)$  à la cadence de 12 images par seconde pendant 10 minutes. A partir de ces acquisitions, on peut extraire des diagrammes spatio-temporels  $I(z, t)$  à  $r$  fixé. Ces diagrammes sont étudiés par traitement du signal. Chaque expérience est conduite en augmentant progressivement la vitesse de rotation  $\Omega$ , et donc le taux de cisaillement imposé  $\dot{\gamma} = \Omega a/d$ , et en respectant des paliers d'attente de 10 minutes.

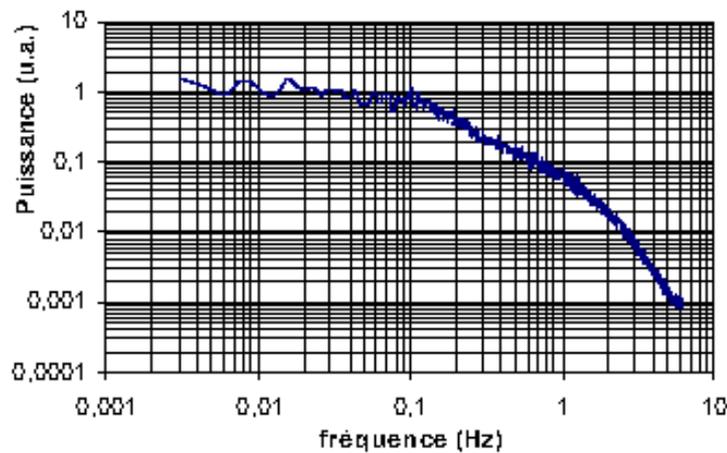
## 3 Résultats et discussion

Pour les faibles valeurs de vitesse de rotation du cylindre, l'écoulement observé est un écoulement de Couette circulaire dans tous les cas. Pour les solvants, le mode d'instabilité critique est formé de rouleaux de Taylor, c'est-à-dire des paires de tourbillons axisymétriques contrarotatifs brisant la symétrie de translation axiale. Il s'agit du mode d'instabilité attendu et observé pour les fluides newtoniens dans

le cas présent où seul le cylindre intérieur tourne. Les modes d'instabilités critiques observés pour les solutions viscoélastiques sont rapportés fig. 3 et diffèrent du cas newtonien. Ces motifs d'écoulements observés présentent en effet des domaines séparés par des parois caractérisées par un important écoulement radial comme en témoigne la très faible luminosité renvoyée par les paillettes réfléchissantes. Ces motifs sont semblables à des paires de tourbillon élastiques isolés, en plus désordonnées ([1,2]). Le spectre de Fourier temporel est quasi-continu (fig. 4) pour les fréquences au-delà de 0,1 Hz, fréquence qui correspond en ordre de grandeur à la durée de vie des parois.



**Fig.3.** Diagrammes spatiotemporels critiques d'intensité  $I(z,t)$  à  $r = a + d/4$  pour différents cas de solutions viscoélastiques en fonction de la valeur critique de  $K$  observée.



**Fig.4.** Spectre temporel pour  $K = 0,83$ .

Les premières mesures de PIV établissent qualitativement le caractère rentrant de l'écoulement au niveau des parois et la faible recirculation autour, ce qui confirme la similitude avec les motifs précédemment observé dans la littérature. Il faut noter que dans cette étude les motifs (fig. 3) ont été observés comme premier mode d'instabilité, en augmentant la vitesse de rotation. Il n'a pas été nécessaire de diminuer la vitesse après apparition d'un premier motif, distinct, comme dans les expériences de Groisman et Steinberg. En effet ces auteurs ont observé une transition vers un régime d'oscillations désordonnées, à partir duquel ils peuvent observer des paires de tourbillons isolées (ex : [1,10]) en diminuant la vitesse de rotation. Pour nos expériences, aucun effet d'hystérésis significatif n'a été observé au voisinage du seuil. Par ailleurs les écoulements ont été observés sur des périodes de plus de vingt minutes sans présenter d'affaiblissement. A l'opposé, l'observation par Baumert et Muller [2] de la transition directement depuis l'écoulement de base vers le « *flame pattern* » n'est que transitoire, puisque le motif disparaît en environ 40 secondes, à vitesse de rotation constante. De plus le seuil a été atteint via une rampe linéaire de vitesse rapide (7 s) plutôt qu'en procédant par pallier avec des délais d'attente comme dans le présent travail.

Nous rapportons les observations pour 5 valeurs différentes des paramètres de contrôles des solutions de polymères : le ratio  $S = (\eta - \eta_s)/\eta_s$  varie de 0,11 à 0,28 et le temps<sup>1</sup>  $\tau$  de 0,1 s à 0,37 s, soit un nombre élastique  $E = \tau/\tau_v$  qui augmente de 0,04 à 0,42. Le temps de diffusion visqueuse  $\tau_v = \rho d^2/\eta$  varie de 0,9 s à 2,4 s.

Le seuil d'instabilité est caractérisé par une valeur critique de  $K$  variant de 0,75 à 1,2. Le nombre de Taylor critique  $Ta = \sqrt{d/a} \cdot Re$  décroît fortement de 42,4 à 6,3 (avec le nombre de Reynolds critique  $Re = \dot{\gamma} d^2 \rho/\eta$ ), ce qui montre que l'instabilité n'est pas inertielle, alors qu'au contraire, les valeurs critiques de  $K$  –nombre adimensionnel caractérisant la transition élastique– restent proche de 1. Dans le cas inertio-élastique, nous avons précédemment rapporté [11] que celui-ci s'observe, avec le même type de solutions, uniquement pour des valeurs critiques de  $K$  inférieures à 0,7.

Nous rapportons fig. 5 les valeurs critiques de  $K$  en fonction des deux paramètres adimensionnels  $S$  et  $E$  qui caractérisent les solutions, où nous avons aussi porté le résultat de Baumert et Muller [2] ( $K ; S ; E$ ) = (1,09 ; 0,15 ; 0,16). Celui-ci coïncide bien avec nos résultats.

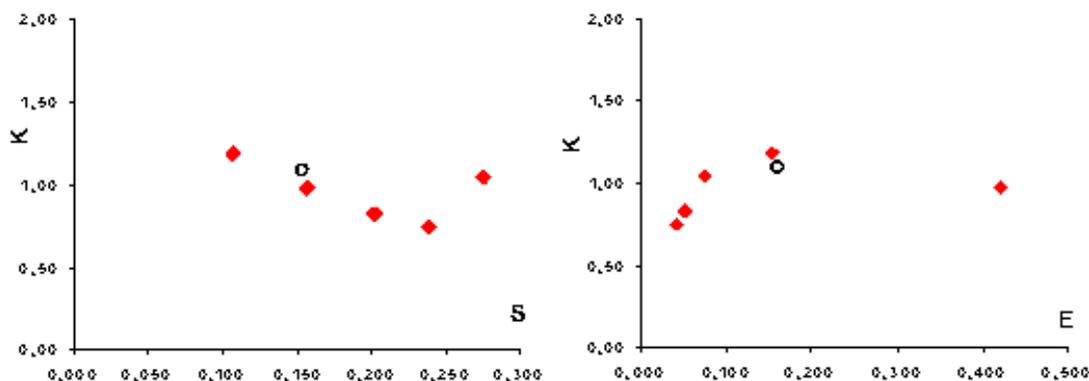


Fig.5. Valeurs critiques de  $K$  en fonction des paramètres adimensionnels  $S$  et  $E$  caractérisant les solutions.

## 4 Conclusion

Nous avons observé expérimentalement pour l'écoulement de Couette-Taylor de solutions aqueuses de POE+PEG la transition directe depuis l'écoulement de base vers un régime formé de paires de tourbillons isolés désordonnés présentant les caractéristique des instabilités élastiques. Compte-tenu de la bonne résolution expérimentale au niveau du paramètre de contrôle que constitue la vitesse, on peut supposer

<sup>1</sup> calculé avec  $n$  le nombre de moles de POE par unité de volume, avec  $M = 3.10^6$  g/mol.

que le régime observé résulte bien d'une transition supercritique vers un régime non-transitoire, à l'opposé des travaux antérieurs, qui présentaient soit un fort hystérésis (environ 90% d'écart), soit un caractère transitoire. Le caractère désordonné était attendu compte-tenu du plat présenté par la courbe de stabilité marginale du nombre d'onde au voisinage de son minimum, tel que prédit par le modèle d'Oldroyd-B ([7]). On notera que les solutions employées dans cette étude ont bien une viscosité constante avec le taux de cisaillement, comme requis par le modèle d'Oldroyd-B, et contrairement à [8], et présentent des viscosités faibles par rapport aux solutions de polyisobutylène/polybutène, ce qui évite les problèmes d'échauffement interne. La comparaison avec ce modèle devra donc être conduite.

## Références

1. A. GROISMAN & V. STEINBERG, *Europhysics Letters*, **43** (2), 165-170 (1998).
2. B. M. BAUMERT & S.J. MULLER, *Physics of Fluids*, **9** (3), 566-586 (1997).
3. B. A. TOMS, *Proceeding of the Internation Congress on Rheology*, Holland, 1948 (North Holland, Amsterdam), pp. II-135-141 (1949).
4. C. D. ANDERECK, S. S. LIU & H. L. SWINNEY, *Journal of Fluid Mechanics*, **164**, 155 (1986).
5. R. F. GINN & M. M. DENN, Rotational stability in viscoelastic liquids : Theory. *AIChE Journal*, **15** (3), 450-454, (1969).
6. H. FRIEBE Das stabilitätsverhalten verdünnter lösungen sehr langkettiger hochpolymerer in der couette-strömung. *Rheology Acta* **15**, 329-355, (1976).
7. R. G. LARSON, E. S. G. SHAQFEH & S. J. MULLER, A purely elastic instability in Taylor-Couette Flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **218**, 573 (1990).
8. A. GROISMAN & V. STEINBERG, Mechanism of elastic instability in Couette flow of polymer solutions : Experiment, *Physics of Fluids*, **10** (10), 2451 (1998).
9. A. GROISMAN & V. STEINBERG, *New Journal of Physics*, **6** (29), 010029, (2004).
10. A. GROISMAN & V. STEINBERG, *Philosophical Magazine B*, **78** (2), 253-263 (1998).
11. F. KELAI, O. CRUMEYROLLE & I. MUTABAZI , *15<sup>th</sup> International Couette-Taylor Workshop*, (2007).