

# Modulation d'un motif de spirales dûe à une instabilité thermo-centrifuge dans un système de Couette-Taylor

Raphaël Guillermin<sup>1</sup>, Valérie Lepiller<sup>2</sup>, Arnaud Prigent<sup>1</sup>, & Innocent Mutabazi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Ondes et Milieux Complexes (LOMC), FRE-3102 CNRS, Université du Havre, 53 rue de Prony, BP540, 76058 Le Havre cedex

<sup>2</sup> Adresse actuelle : Laboratoire Hydrodynamique et Mécanique Physique (HMP) de l'ESPCI, PMMH UMR-7636, 10 rue Vauquelin, 75231 Paris cedex 5

raphael.guillerm@univ-lehavre.fr

**Résumé.** Cette étude expérimentale s'intéresse aux modulations du motif de spirales apparaissant dans un système de Couette-Taylor soumis à un fort gradient radial de température. De l'eau déminéralisée est confiné dans l'espace annulaire vertical de cinq millimètres situé entre un cylindre intérieur en rotation et un cylindre extérieur fixe. Le rapport d'aspect et le rapport des rayons sont fixes et valent 114 et 0,8 respectivement. Le nombre de Grashof  $Gr$ , lié au gradient de température est fixé et on augmente progressivement le nombre de Taylor  $Ta$  lié à la vitesse angulaire. L'écoulement de base, une cellule de convection, se déstabilise et bifurque vers un écoulement de vortex spiralés propagatifs. Différents comportements ont été observés selon les valeurs de  $Gr$ . Nous nous sommes intéressés aux modes d'instabilités apparaissant pour de grands écarts de température la spirale présentant alors une modulation de fréquence et le motif pouvant être décrit comme un ensemble de paquets de vortex propagatifs. Lorsqu'on augmente  $Ta$ , des dislocations apparaissent puis un nouveau mode d'instabilité intervient sous la forme d'une spirale ondulée. A mesure que le nombre de Taylor augmente, un motif de rouleaux axisymétriques ondulés se forme et coexiste d'abord avec la spirale ondulée. Pour de plus grandes valeurs de  $Ta$ , la spirale ondulée disparaît et laisse place au motif de rouleaux axisymétriques ondulés, les effets du gradient de température devenant négligeables devant les effets centrifuges.

**Abstract.** The influence of a high radial temperature gradient in a narrow gap and large aspect ratio Taylor-Couette system has been investigated experimentally. The geometrical parameters are fixed with aspect ratio and radius ratio respectively equal to 114 and 0,8. The aim of this work is to characterize the different flow patterns occurring in the system when a Grashof number  $Gr$ , related to the radial temperature gradient, is first imposed and a Taylor number  $Ta$ , related to the rotation of the inner cylinder, progressively increased. Above a critical value of  $Ta$ , a first instability occurs in the form of travelling helicoidal vortices. For high values of  $Gr$ , a low frequency modulation appears at the onset of the instability and dislocations occur when the angular velocity is further increased. We have characterized the spatiotemporal properties of the patterns that occur for high values of  $Gr$ .

## 1 Introduction

L'écoulement d'un liquide au sein d'un dispositif cylindrique tournant a été le sujet d'un certain nombre d'études expérimentales, théoriques et numériques ces dernières années [1,2,3]. Les configurations annulaires se rencontrent en effet dans diverses applications industrielles comme les échangeurs thermiques, les systèmes de refroidissement des machines tournantes ou des composants électroniques, les circuits d'isolation des centrales nucléaires ou encore les forages d'hydrocarbures dans les puits pétroliers. Ce type d'écoulement est également présent dans des modèles géophysiques et astrophysiques. Snyder *et al.* [4] furent les premiers à étudier expérimentalement l'influence d'un gradient radial de température sur la stabilité de l'écoulement au sein du système de Couette-Taylor, mettant en évidence la formation de vortex spiralés. Ball *et al.* [5] ont visualisé les différentes transitions de l'écoulement en fonction des paramètres de contrôle dans un système de faible rapport d'aspect. Ils ont ainsi observé des vortex similaires à ceux observés en convection naturelle lorsque de grands écarts de température sont imposés. Ces observations ont été confirmées par les travaux numériques de Kuo *et al.* [6], mettant en évidence la complexité des motifs apparaissant pour de forts gradients thermiques, une modulation du motif intervenant

alors. De notre point de vue, peu de données quantitatives sur les propriétés de l'écoulement en fonction des paramètres de contrôle ont été fournies dans le cadre de l'étude de forts gradients de température. Le dispositif expérimental est décrit dans la partie suivante. Une description qualitative puis quantitative des régimes observés est présenté dans la troisième partie avant de conclure.

## 2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué de deux cylindres coaxiaux de longueur  $H = 57$  cm : un cylindre intérieur en aluminium anodisé noir de rayon  $a = 2$  cm, un cylindre extérieur en verre transparent de rayon  $b = 2,5$  cm et un cylindre d'isolation en verre transparent de rayon  $c = 5$  cm. Le liquide utilisé, de l'eau déminéralisée, est confiné dans l'espace annulaire de taille  $d = b - a = 0,5$  cm entre les deux premiers cylindres. La taille de l'entrefer est  $d = 0,5$  cm.

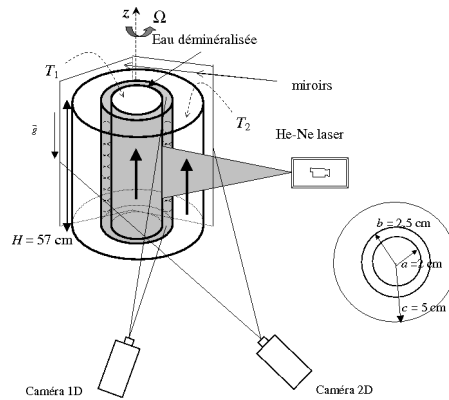


Fig.1. Dispositif expérimental

Le système est alors caractérisé par un rapport des rayons  $\eta = a/b = 0,8$  et un rapport d'aspect  $\Gamma = H/d = 114$ . Le gradient radial de température est créé en maintenant les cylindres intérieur et extérieur à des températures différentes grâce à deux circulations d'eau provenant de deux bains thermostatés dont la température est fixée à  $T_1$  pour le cylindre intérieur et  $T_2$  pour le cylindre extérieur. Le gradient radial ainsi réalisé dans l'entrefer s'écrit  $\delta T = \mu(T_1 - T_2)$  où le coefficient  $\mu = 0,54$  dépend de la conductivité des cylindres et de l'eau, ainsi que de la convection qui intervient dans les deux circulations d'eau. Afin de visualiser l'écoulement, on ajoute 2 % de Kalliroscope AQ-1000 [7], une suspension de paillettes microscopiques anisotropes. Une nappe laser plane parallèle à l'axe des cylindres éclaire une section droite verticale de l'écoulement et une caméra CCD linéaire enregistre à intervalles de temps réguliers l'intensité lumineuse réfléchiée par le Kalliroscope. Les lignes ainsi enregistrées forment un diagramme spatiotemporel. Nous étudions la déstabilisation par la force centrifuge de l'écoulement de base lorsque le cylindre intérieur est mis en rotation. Les paramètres de contrôle physiques du système sont le nombre de Grashof  $Gr$  relié au gradient radial de température, le nombre de Taylor  $Ta$  relié à la vitesse de rotation du cylindre intérieur et le nombre de Richardson  $\sigma$  qui compare les effets thermiques et centrifuges. Le nombre de Grashof s'écrit  $Gr = g\alpha\delta T d^3/\nu^2$  où  $\alpha$  est le coefficient d'expansion thermique,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $\nu$  la viscosité cinématique. Le nombre de Taylor s'écrit  $Ta = a\Omega d/\nu\sqrt{a/d}$  où  $\Omega$  est la vitesse angulaire du cylindre intérieur. Le nombre de Richardson est une combinaison de  $Ta$  et  $Gr$  :  $\sigma = Gr/Ta^2.d/a$ . Celui-ci représente les effets thermo-centrifuges. Dans cette étude, nous étudions les différents régimes d'écoulement qui apparaissent dans le système lorsqu'un gradient radial de température est créé en chauffant le cylindre intérieur tandis que le cylindre extérieur est maintenu à la température  $T_2 = 30^\circ\text{C}$ . Dès que le gradient est établi dans l'entrefer, une cellule convective apparaît, les particules ayant un mouvement ascendant le long de la paroi chaude et descendant le long de la paroi froide. La vitesse angulaire est ensuite augmentée par pas réguliers afin d'étudier les différents états de motifs.

### 3 Résultats

#### 3.1 Observations

La figure 2 présente le diagramme de bifurcation répertoriant les différents régimes d'écoulement en fonction des valeurs de  $Gr$  et  $Ta$  en suivant le protocole expérimental précédemment décrit.

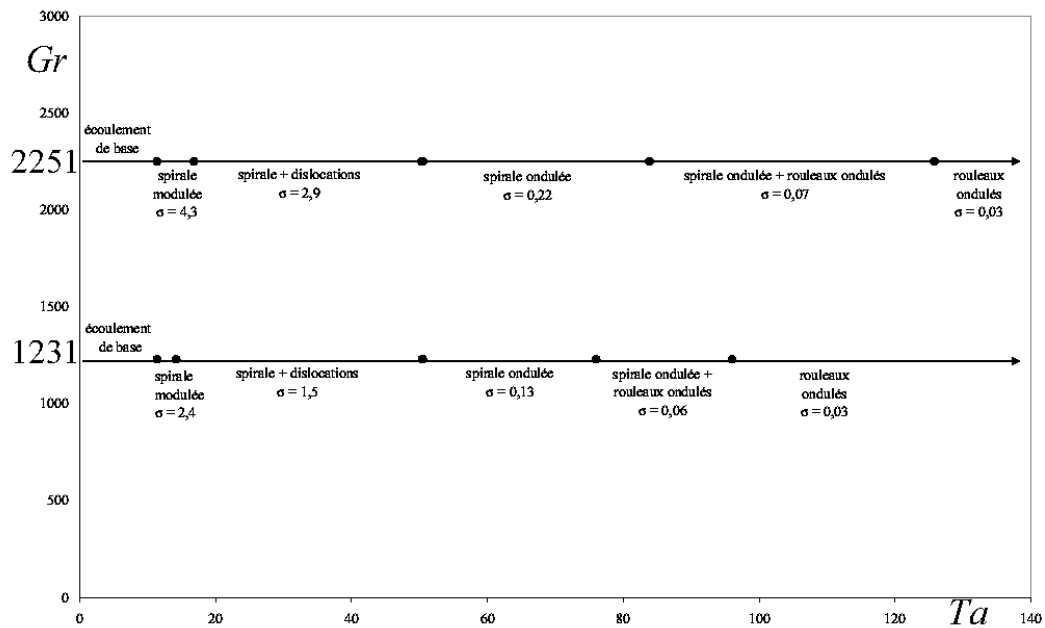
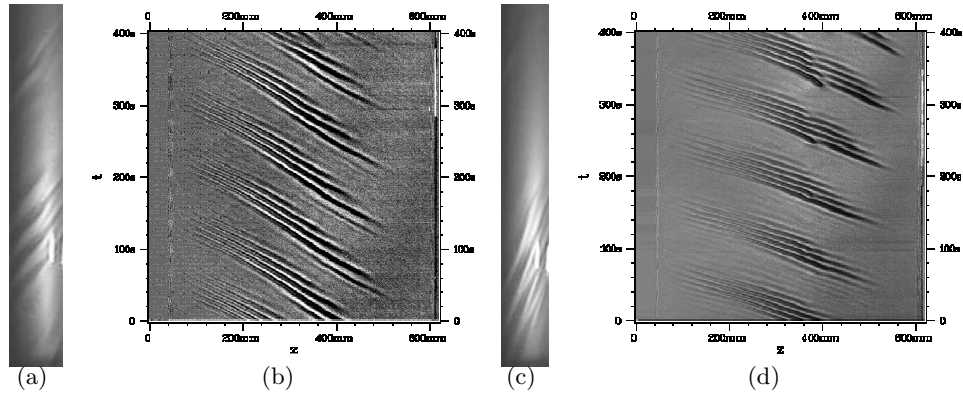


Fig.2. Diagramme de stabilité

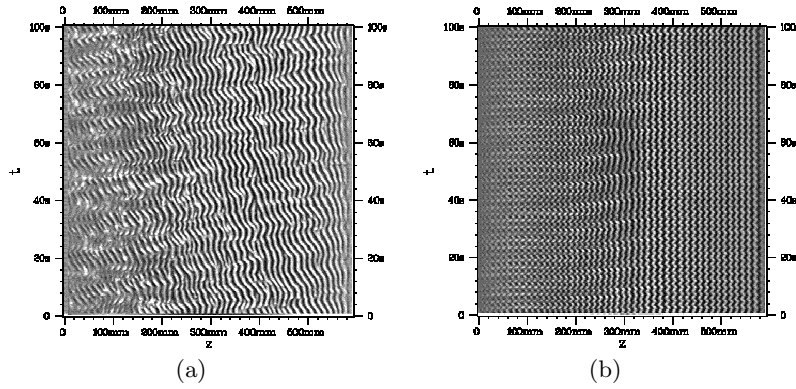
Pour un faible écart de température,  $Gr < 965$ , la première instabilité apparaît sous la forme d'un motif spiralé près du bord inférieur du système avant de l'envahir progressivement lorsque  $Ta$  augmente. Pour de plus grandes valeurs de  $Ta$ , la spirale disparaît et laisse place au motif de rouleaux axisymétriques ondulés, les effets du gradient de température devenant négligeables devant les effets centrifuges [8].

Pour un grand écart de température,  $Gr > 965$ , le motif spiralé qui apparaît au seuil consiste en un groupe de vortex isolés s'enroulant autour du cylindre intérieur. Il est présent au centre du système et l'envahit presque totalement. L'inclinaison et l'écartement des vortex varient avec la hauteur. Ce motif se traduit par une modulation basse fréquence sur les diagrammes spatiotemporels qui incite à le décrire comme un ensemble de paquets de vortex propagatifs séparés par une zone laminaire. Pour  $Gr = 1230$  (figure 3(a) et 3(b)), les paquets ont une taille plus importante dans le bas du système que dans le haut de celui-ci. Ils sont composés d'un plus grand nombre de vortex spiralés en bas alors qu'en haut, les vortex, moins nombreux, ont tendance à s'écarter les uns des autres, ce qui entraîne une variation de l'inclinaison du motif. Quand  $Gr$  augmente (figure 3(c) et 3(d)), la zone laminaire séparant chaque paquet augmente.

Pour un  $Gr$  donné, lorsque  $Ta$  augmente, des dislocations apparaissent et la zone laminaire entre chaque paquet diminue et finit par ne plus être mesurable. Ces dislocations vont devenir de plus en plus nombreuses (figure 4(a)). Le motif est alors assimilé à une spirale ondulée. Ce motif, perturbé par les dislocations, présente une inclinaison qui varie beaucoup sur toute la longueur du système. Comme pour  $Gr < 965$ , le motif de rouleaux axisymétriques ondulés apparaît pour de plus grandes valeurs de  $Ta$  (figure 4(b)).



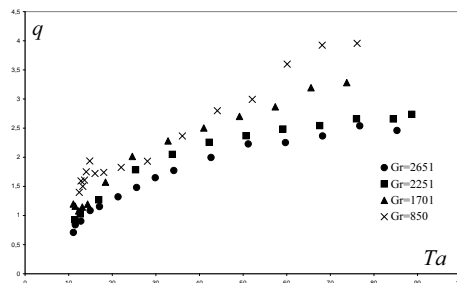
**Fig.3.** (a) Photographie du motif de spirale modulée au seuil pour  $Gr = 1230$  et  $Ta = 11.4$ . (b) Diagramme spatiotemporel correspondant. (c) Photographie du motif de spirale modulée au seuil pour  $Gr = 2251$  et  $Ta = 11.4$ . (d) Diagramme spatiotemporel correspondant.



**Fig.4.** (a) Diagramme spatiotemporel de la spirale avec dislocations pour  $Gr = 2251$  et  $Ta = 44$ . (b) Diagramme spatiotemporel des rouleaux ondulés pour  $Gr = 2251$  et  $Ta = 135$ .

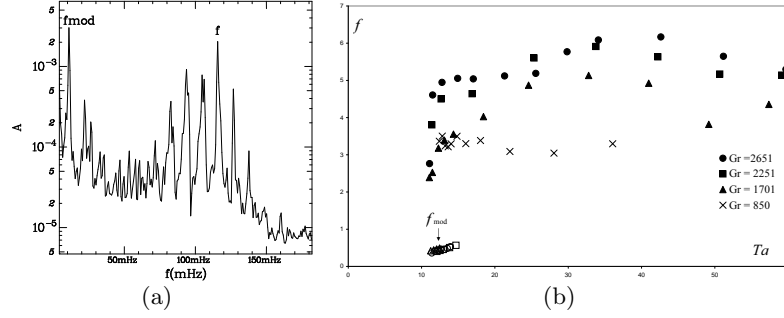
### 3.2 Propriétés spatiotemporelles des motifs

La figure 5(a) présente l'évolution du nombre d'onde moyen  $q$  en fonction de  $Ta$  pour différents  $Gr$ .  $q$  augmente avec  $Ta$  et diminue avec  $Gr$ .



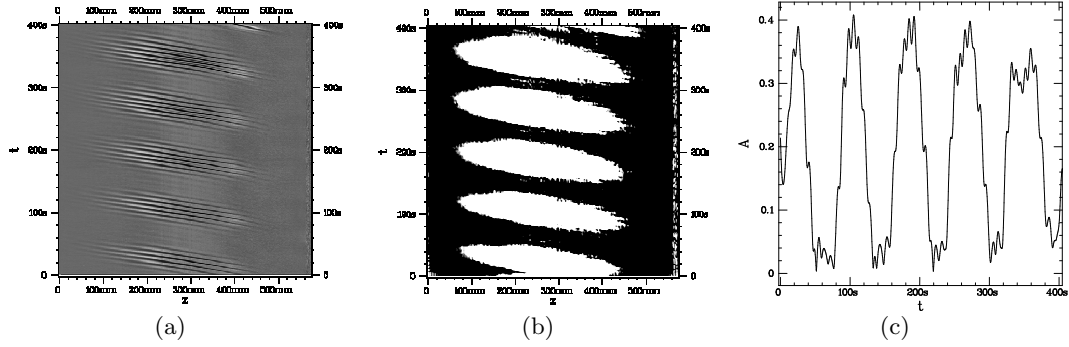
**Fig.5.** Evolution du nombre d'onde adimensionné moyen  $q$  en fonction de  $Ta$  pour différents  $Gr$ .

Les fréquences du motif sont relevées sur le spectre de fréquence temporel obtenu par démodulation complexe (figure 6(a)). La figure 6(b) montre l'évolution en fonction de  $Ta$  de la fréquence porteuse du motif  $f$  et de la fréquence de modulation  $f_{mod}$ , adimensionnées par le temps de diffusion visqueuse  $\tau_\nu = d^2/\nu$ .  $f$  augmente avec  $Gr$  tandis que  $f_{mod}$  augmente linéairement avec  $Ta$ .



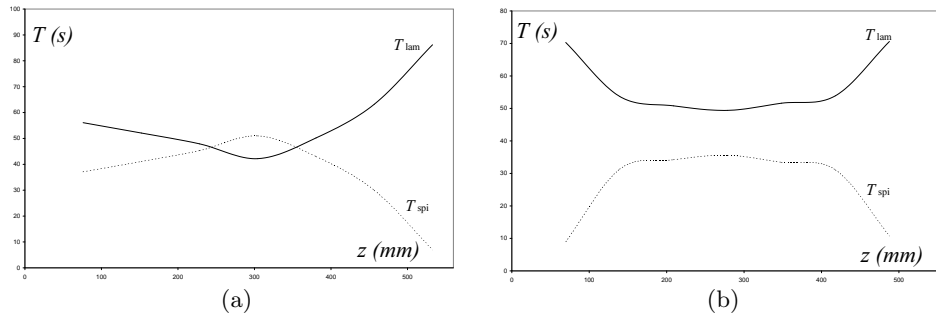
**Fig.6.** (a) Spectre de fréquence temporel du motif de spirale modulée au seuil pour  $Gr = 2251$  et  $Ta = 11.4$ . (b) Evolution de la fréquence porteuse adimensionnée du motif  $f$  et de la fréquence de modulation  $f_{mod}$  en fonction de  $Ta$  pour différents  $Gr$ .

Pour étudier le motif de spirale modulée (figure 7(a)), le diagramme spatiotemporel du motif est binarisé (figure 7(b)). Les paquets apparaissent en blanc et la zone laminaire en noir. Le profil d'amplitude temporel du motif permet alors d'extraire la période d'un paquet de spirale  $T_{spi}$  ainsi que la période laminaire entre chaque paquet successif  $T_{lam}$  en différentes hauteurs du système. Un exemple est donné en figure 7(c) pour le motif au seuil à  $Gr = 4257$  en  $z = 250$  mm.



**Fig.7.** (a) Diagramme spatiotemporel du motif de spirale modulée au seuil pour  $Gr = 4257$  et  $Ta = 12$ . (b) Image binarisée correspondante avec le motif en blanc et la zone laminaire en noir. (c) Profil d'amplitude du motif en  $z = 250$  mm en fonction du temps.

Les figures 8(a) et 8(b) présentent la variation de  $T_{spi}$  et  $T_{lam}$  sur toute la longueur du système pour  $Gr = 1230$  et  $Gr = 4257$ . Pour  $Gr = 1230$ , la zone laminaire est plus importante dans le haut du système que dans le bas de celui-ci. Il y a moins de vortex présents dans le haut du système. Quand on augmente  $Gr$ , il apparaît que la zone laminaire séparant chaque paquet augmente et devient équivalente en bas et en haut du système.



**Fig.8.** (a) Variation de  $T_{lam}$  et  $T_{spi}$  sur  $z$  pour  $Gr = 1230$ . (b) Variation de  $T_{lam}$  et  $T_{spi}$  sur  $z$  pour  $Gr = 4257$

## 4 Conclusions et perspectives

Nous avons étudié l'effet d'un fort gradient radial de température sur la stabilité de l'écoulement de Couette circulaire. Le motif de spirale qui apparaît au seuil présente alors une modulation de fréquence. Ce motif peut être décrit comme un ensemble de paquets de vortex propagatifs séparés par une zone laminaire qui devient plus importante quand l'écart de température augmente. Lorsqu'on augmente  $Ta$ , la zone laminaire se réduit, des dislocations apparaissent puis un nouveau mode d'instabilité intervient sous la forme d'une spirale ondulée. Une technique de thermographie par cristaux liquides est actuellement mise en oeuvre afin de mesurer la température du liquide confiné dans l'entrefer [9,10,11].

## Références

1. F. KREITH, Convection heat transfer in rotating systems, *In advances in heat transfer*, Academic Press, New York, **5**, 129-251 (1968).
2. P. D. WEIDMAN & M. E. ALI, On the stability of circular Couette flow with radial heating, *Journal of Fluid Mechanics*, **220** (53), (1990).
3. J. C. CHEN & J. Y. KUO, The linear stability of steady circular Couette flow with a small radial temperature gradient, *Physics of Fluids A*, **2**, 1585-1591 (1990).
4. H. A. SNYDER & S. K. F. KARLSSON, Experiments on the stability of Couette motion with a radial thermal gradient, *Physics of Fluids*, **7** (10), 1696-1706 (1964).
5. K. S. BALL, B. FAROUK & V. C. DIXIT, An experimental study of heat transfer in a vertical annulus with a rotating inner cylinder, *Journal of Heat and Mass transfer*, **32**, 1517-1526 (1989).
6. D.C. KUO & K.S. BALL, Taylor-Couette flow with buoyancy : Onset of spiral flow, *Physics of Fluids*, **9** (10), 2872-2884 (1997).
7. P. MATISSE & M. GORMAN, Neutrally buoyant anisotropic particles for flow visualization, *Physics of Fluids*, **27**, 759-760 (1984).
8. V. LEPILLER, A. GOHARZADEH, A. PRIGENT & I. MUTABAZI, Weak temperature gradient effect on the stability of the circular Couette flow, *European Physics Journal B*, soumis.
9. K. WOZNIAK, G. WOZNIAK, D. RUBES & H.G. HEILAND, Konvektionsexperimente mit flüssigkristallen trachteilchen in einem engen vertikalen spalt, *Forsch Ingenieurwes*, **70**, 221-229 (2006).
10. N. AKINO, T. KUNUGI, M. UEDA & A. KUROSAWA, Liquid crystal thermometry based on automatic colour evaluation and applications to measure turbulent heat transfer, *Transport Phenomena in Turbulent Flows*, 807-827 (1989).
11. J.L. HAY & D.K. HOLLINGSWORTH, Calibration of micro-encapsulated liquid crystals using hue angle and a dimensionless temperature, *Experimental Thermal and Fluid Science*, **18**, 251-257 (1998).