

# Mécanisme de sélection de longueur d'onde dans la couronne d'Edgerton

P. Brunet<sup>1</sup>, R.D. Deegan<sup>2</sup>, & J. Eggers<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique de Lille - CNRS UMR 8107, Bd Paul Langevin 59655 Villeneuve d'Ascq, France

<sup>2</sup> Department of Physics and Center for the Study of Complex Systems, Randall Laboratory, University of Michigan, Ann Arbor, MI 48109, USA

<sup>3</sup> Department of Mathematics - University of Bristol, University Walk BS81TW Bristol, United Kingdom

philippe.brunet@univ-lille1.fr

**Résumé.** Nous étudions expérimentalement et théoriquement l'impact d'une goutte sur un film mince du même liquide. Nous nous sommes particulièrement intéressés à la formation du pattern régulier de doigts et gouttelettes à la périphérie de la nappe annulaire se développant après l'impact. Ce pattern est dénommé *couronne d'Edgerton* d'après le nom du photographe qui l'a popularisé. Nous donnons une vue détaillée de la séquence d'évènements observés, lorsque les deux paramètres de contrôle pertinents varient. La couronne d'Edgerton est observée uniquement dans un étroit domaine de l'espace des paramètres. En dehors de ce domaine, la structure observée est soit différente qualitativement, soit possède une certaine irrégularité.

**Abstract.** We carry out an experimental and theoretical study on drop impacts on a thin layer of the same liquid. Our study is focused on the pattern of fingers and subsequent secondary droplets, at the periphery of the annular liquid sheet generated by the impact. This pattern has been denoted *Edgerton's crown* after the photograph's name who popularized it in the 1960's. We give an overview of the sequence of events occurring for different regimes, varying the two dimensionless control parameters  $Re$  and  $We$ . The regular Edgerton's crown is only observed inside a narrow domain in the parameters space. Out of this domain, the observed structure is either qualitatively different, either shows irregularities.

## 1 Introduction

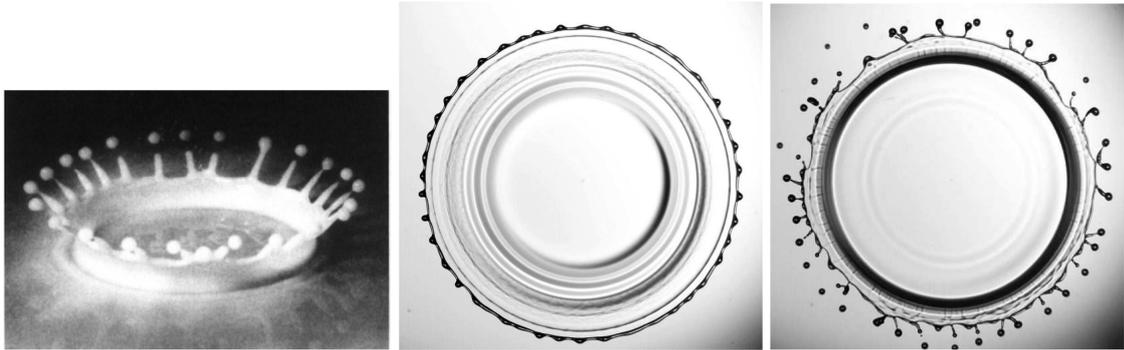
Remarquée par Léonard de Vinci dès le XV<sup>e</sup> siècle et fréquemment utilisée de nos jours dans les publicités pour des boissons, la formation d'une couronne de liquide à la suite de l'impact d'une goutte sur un film du même liquide est un exemple typique de la formation d'un motif à la suite d'une instabilité hydrodynamique. La couronne à proprement parler consiste en un ensemble plus ou moins ordonné de doigts liquides, naissant à la bordure d'une nappe annulaire quelques millisecondes après l'impact (voir Fig.1). Worthington [1] fut le premier à étudier scientifiquement le phénomène et à consigné un impressionnant catalogue de phénomènes, révélant une grande variété de figures de splashes lorsqu'on décrit l'espace des paramètres (vitesse à l'impact, taille de goutte, épaisseur du film, propriétés du liquide ...). Au milieu du XX<sup>e</sup> siècle, le photographe Edgerton a popularisé ces structures régulières et y a donné son nom [2]. En dépit de nombreuses études sur l'impact de gouttes, il n'existe toujours pas de vue consensuelle sur les mécanismes de formation de la couronne [3].

Alors qu'une bonne partie des études de splashes de gouttes se sont focalisées sur les impacts à grande vitesse, en raison de leur pertinence dans les applications de sprays et d'atomisation, il a été remarqué assez récemment [4,5] que la formation d'une couronne régulière nécessitait des conditions expérimentales assez spécifiques. En bref, la goutte doit impacter avec suffisamment d'inertie pour permettre le développement d'une nappe annulaire, formée par la collision de deux lames liquides [6], mais l'impact doit être suffisamment modéré afin que la violence de l'impact n'engendre pas des perturbations initiales causes d'irrégularités (comme dans l'étude de Yarin et Weiss [7]). Dans certains cas, on observe une lame liquide horizontale, dénommée "ejecta sheet" par Thoroddsen qui fut le premier à l'observer expérimentalement [8] : la collision de cette lame avec le bain, ou bien son atomisation en fines gouttelettes conduit à des perturbations significatives aux premiers instants après l'impact. L'apparition de

cette lame a été prévue théoriquement [9,10], et il convient de la distinguer de la nappe annulaire prévue par Peregrine [6] : l’"ejecta sheet" apparaît aux instants courts (inférieur au temps caractéristique inertio-capillaire  $\tau = (\rho R^3/\gamma)^{1/2}$ ). Souvent, les deux nappes ont été confondues dans la littérature, et même si quelquefois elles fusionnent et interagissent, leur origine physique est différente. De plus, sous l’effet des forces capillaires en bout de nappe prévues par Taylor et Culick [11,12], la nappe se borde d’un bourrelet de liquide prenant la forme d’un cylindre torique dont le rayon croît avec le temps. Enfin, la couronne d’Edgerton naît à partir de la nappe de Peregrine et non pas à partir de l’ejecta sheet.

La plupart des mécanismes proposés dans la littérature proposent la croissance de doigts à partir de perturbations initiales finies [3,7], proposant un mécanisme non-linéaire. Les études numériques de Fullana et Zaleski [13] et Gueyffier et Zaleski [14] suggèrent qu’un taux de croissance significatif pour les doigts de la couronne nécessitent des perturbations initiales finies. Mais ce scénario n’explique pas la régularité dans l’espacement et la forme des doigts (telles qu’illustrées sur la figure 1) : cette régularité suggère plutôt un mécanisme d’instabilité linéaire. L’instabilité capillaire de Rayleigh-Plateau [15] a été proposée [16], mais aussi la combinaison entre décélération et courbure du centre de masse du bourrelet [17].

Le point clef de cette étude est d’arriver à produire des conditions initiales non bruitées, à partir desquelles une instabilité linéaire peut éventuellement naître. Nous montrons ici que dans ces conditions, le bourrelet lisse bordant la nappe est linéairement instable et se déstabilise en formant une structure régulière (Fig. 1). La forme des perturbations, le temps caractéristique et la longueur d’onde sélectionnée est compatible avec l’instabilité de Rayleigh-Plateau [15]. Les paramètres pertinents sans dimension du problème sont le nombre de Weber  $We = \rho V_0^2 d/\gamma$ , le nombre de Reynolds  $Re = V_0 d/\nu$ , et la hauteur de liquide adimensionnée  $h^* = h/d$ . On rajoute quelquefois un 4<sup>e</sup> nombre, le nombre d’Ohnesorge  $Oh = (\nu^2 \rho/\gamma D)^{1/2}$ , qui lorsqu’il est de l’ordre de grandeur de l’unité peut modifier la forme du bourrelet [18].



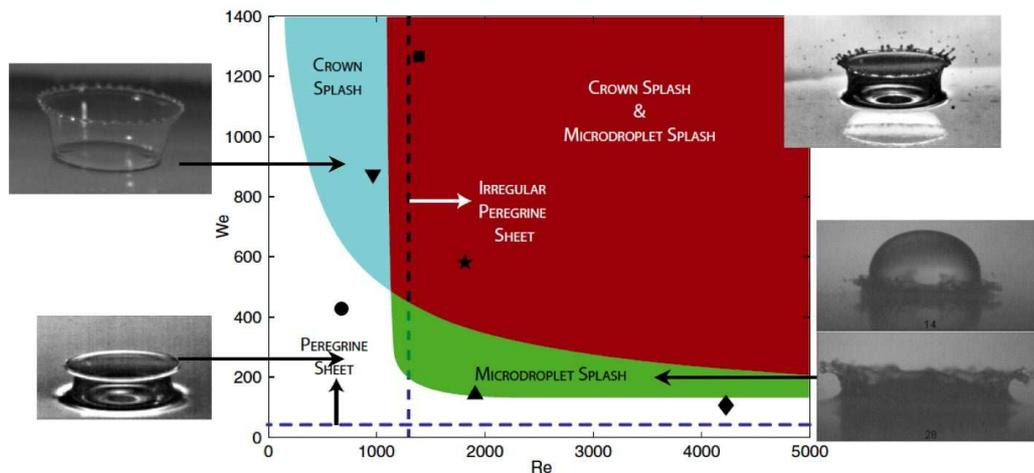
**Fig.1.** *Gauche* Motif de doigts entourant la nappe liquide d’une goutte impactant une couche du même liquide, ici du lait (couronne d’Edgerton). *Centre* Aux temps courts, déformation régulière du bourrelet. *Droite* Aux temps plus longs, évolution nonlinéaire et éjection de gouttelettes secondaires

## 2 Description de l’expérience

Les gouttes sont lâchées d’une seringue, d’une hauteur  $H$  fixée au dessus du film liquide. L’intervalle de temps entre 2 gouttes est supérieur à 10 secondes, pour laisser le temps au film liquide de se relaxer et redevenir horizontal. Pour la plupart des expériences, on travaille avec un diamètre d’aiguille suffisamment fin (inférieur au millimètre) : ainsi le diamètre de la goutte est sélectionné de façon reproductible égal à la longueur capillaire  $d = (\gamma/\rho g)^{1/2}$ . Le bain liquide est dans un cadre rectangulaire de  $12 \times 13$  avec un fond en verre sur lequel sur lequel une lame de 10 cm, de verre optique  $\lambda/10$  est posée. L’épaisseur de liquide, mesurée par contact avec une aiguille montée sur une vis micrométrique pourvue d’un vernier, est fixée au début d’une séquence à  $300 \mu\text{m}$ . Le niveau est gardé constant au cours d’une expérience, en drainant

le bain de liquide en périphérie au même débit apporté par la chute de gouttes. Les images sont acquises par le bas au travers de la plaque de verre, par un appareil photo haute résolution Canon 20D et un flash ultra-rapide 600 ns (Palfash 501, Pulse Photonics Ltd.), déclenché par le passage de la goutte coupant de faisceau d'une photodiode éclairant un opto-trigger, avec une précision de  $5 \mu\text{s}$ . La sortie de l'opto-trigger arrive sur un générateur de délai, qui alimente le flash. En variant la valeur du délai, on recrée l'évolution de l'impact par la composition d'images successives figées. La vitesse de la goutte à l'impact, ainsi que l'évolution du rayon de la nappe annulaire, sont mesurés à l'aide d'une caméra rapide. Le liquide utilisé est soit de l'huile silicone de viscosité  $\nu=5.2 \text{ cSt}$ , de densité  $\rho=0.92 \text{ g/cm}^3$  et de tension de surface  $\gamma=21 \text{ dyn/cm}$ , soit de l'isopropanol ( $\nu=2.5 \text{ cSt}$ ,  $\rho=0.804$  et  $\gamma=25 \text{ dyn/cm}$ ). Après un traitement d'image approprié, on extrait les bords interne et externe du bourrelet au temps  $t$  après impact. On accède ainsi à la déformation de l'interface par rapport au cercle de rayon médian. Un programme Matlab permet de re-échantillonner et d'effectuer une transformée en ondelette du signal. Les avantages de notre expériences par rapport à l'utilisation d'une caméra rapide, sont l'obtention d'images haute résolution ( $3504 \times 2336$  pixels) et le temps d'exposition court (600 ns). De plus, l'acquisition par dessous donne un bourrelet entièrement visible et contenu dans le plan focal. L'inconvénient est que chaque image provient d'un impact différent.

### 3 Résultats et discussion



**Fig.2.** Diagramme d'existence des différents régimes.

Nous avons déterminé l'espace des paramètres sans dimension  $Re$  et  $We$ , dans lequel la couronne d'Edgerton apparaît de façon régulière. Pour cela, nous avons varié la hauteur de chute (et donc la vitesse à l'impact  $V_0$ ), utilisé des liquides de propriétés différentes (notamment des mélanges eau/glycérol) et changé le diamètre de l'injecteur afin d'avoir des tailles de gouttes supérieures. Ceci fait, il est apparu que la hauteur  $h^*$  n'avait que peu d'influence sur les frontières des différents régimes dans la gamme  $0.05 \leq h^* \leq 0.5$ . Les résultats apparaissent sur la figure 2 : les domaines colorés traduisent la formation de gouttelettes secondaires (splashes) par divers mécanismes. On retrouve la frontière  $We Re^{1/2} = K$ , avec  $K$  le paramètre de Sommerfeld [9] pour la production de gouttes. Ces gouttes peuvent être émises au bout des doigts de la couronne (comme sur la figure 1 (*Crown Splash*)) ou bien dans les premiers instants après impact (*microdroplet splash*) à des  $Re$  plus hauts. Cependant, nous trouvons une limite assez précise quant à la régularité de la couronne. La ligne verticale en pointillés délimite la frontière entre la production d'une structure régulière et d'une structure irrégulière de doigts, et nous avons pu

constater que *la formation d'une couronne régulière va de pair avec la présence d'un bord de nappe non perturbé aux premiers instants*, ce qui est la conclusion principale de cette étude qualitative préliminaire. Finalement, la zone bleu-ciel délimite seulement l'entrée vers un régime où les doigts réguliers vont avoir le temps de se scinder en gouttelettes au cours du processus de décélération du bord de nappe : la formation des doigts elle-même semble régie par le même mécanisme que celle opérant dans la zone blanche à plus faible Reynolds, où aucun splash ne se produit. Pour une description visuelle plus détaillée des différents domaines, le lecteur pourra se référer à un article de revue récent [5].

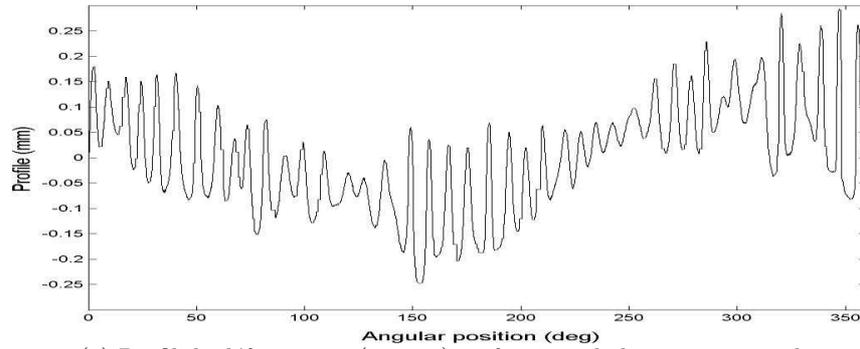
Ayant délimité le domaine pour lequel la couronne ordonnée apparaît, nous avons mené une étude quantitative plus précise : à partir d'images haute-résolution comme celles de la figure 1-*centre*, nous avons systématiquement extrait le profil de déformation. Reconstitué après un traitement d'image, on obtient l'amplitude de la déformation en fonction de la position angulaire. La figure 3-a en donne un exemple typique. La régularité de la longueur d'onde (distance entre deux maxima) apparaît clairement. Cependant, l'amplitude n'est pas homogène, ce qui était aussi visible sur la figure 1-*centre*.

Une analyse minutieuse des profils suggère que tout se passe comme si des doigts croissent à différentes positions angulaires, à partir du bourrelet non perturbé. Dans les premiers instants de la formation du bourrelet, celui-ci se structure donc progressivement à des endroits distincts, jusqu'à ce que ces structurations s'étendent et se rejoignent. Comme ces déformations ne naissent pas systématiquement aux mêmes instants, cela explique des différences d'amplitudes locales. D'autre part aux temps courts, ces différentes structures locales ne sont pas forcément en correspondance de phase : cela se traduit par un spectre de puissance dans l'espace de Fourier comportant plusieurs pics (la somme de deux morceaux de cosinus de même longueur d'onde mais décalés en phase donne aussi une TF avec 2 pics). C'est la raison pour laquelle on utilise une transformée en ondelettes (TO), dont le résultat est donné figure 3-b. Sur le graphe 3D, les pics clairs correspondent à un profil fortement corrélé à une fonction ondelette d'une certaine longueur d'onde (scale). Cette tendance est décrite le long de la coordonnée spatiale. En sommant les valeurs prises par la TO le long de la coordonnée spatiale, on obtient la contribution moyenne de chacune des échelles et on extrait ainsi l'échelle dominante, correspondant à une longueur d'onde préférentielle (figure 3-c). Chaque tracé montre qu'il existe une longueur d'onde préférentielle sur les déformations du bord de nappe, ce qui confirme l'impression visuelle. A partir de ces tracés, on extrait la longueur d'onde dominante  $\lambda_m(t)$ , et l'amplitude correspondante (en sommant l'aire au dessous du pic), qui correspond à une moyenne spatiale de l'amplitude des déformations.

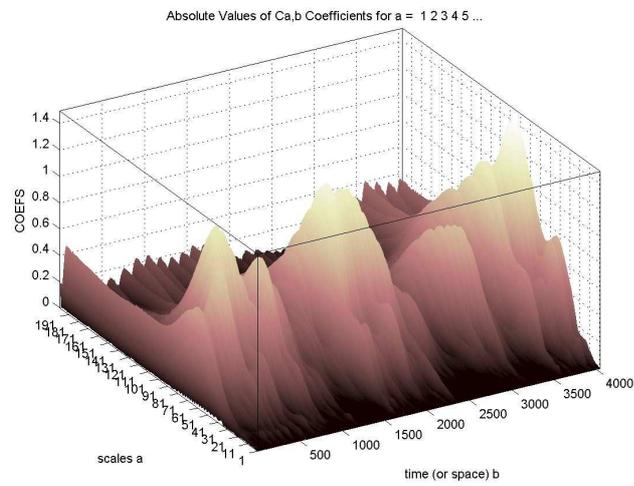
Quelques résultats sont présentés sur les figures 4, pour 2 vitesses à l'impact  $V_0$  en deçà ( $V_0 = 3.16$  m/s) et au delà ( $V_0 = 3.86$  m/s) de la limite du splash (zones non-colorée et zone bleu-ciel sur la figure 2). La figure 4-a montre la signature du caractère linéaire de l'instabilité : non seulement les perturbations initiales sont indiscernables du bruit, mais en plus l'amplitude moyenne de déformation correspondant à la longueur d'onde dominante croît avec le temps avec une allure plutôt exponentielle. La figure 4-b montre que la longueur d'onde angulaire dominante reste à peu près constante au cours du temps : cela veut dire qu'il y a à peu près le même nombre de doigts au cours du temps. La longueur d'onde (distance moyenne entre 2 doigts) elle, augmente légèrement car le rayon de la nappe annulaire augmente avec le temps, en  $\sim (t - t_0)^{1/2}$  [7].

Enfin, si on trace le rapport entre longueur d'onde moyenne  $\lambda_m(t)$  et rayon du bourrelet  $r_r(t)$  (mesuré directement sur les images), on trouve une évolution assez bruitée, mais finalement proche de la valeur  $2\pi\sqrt{2}$  (figure 4-c). Cette valeur correspond à la longueur d'onde de croissance maximale de l'instabilité linéaire de Rayleigh-Plateau [15].

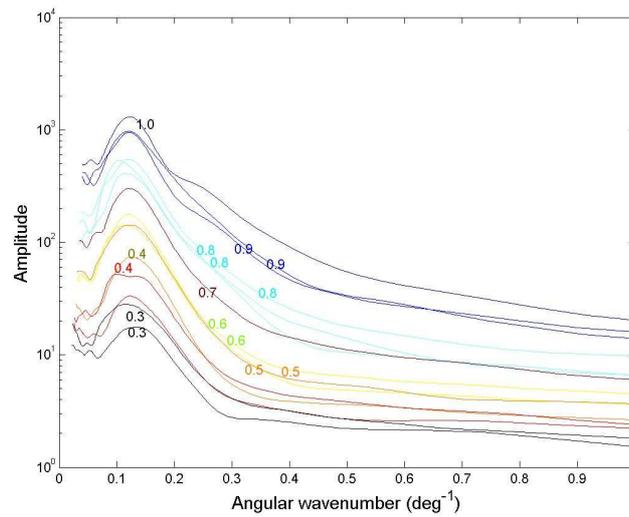
Finalement, il apparaît clairement que la régularité de la couronne d'Edgerton peut s'expliquer par une instabilité sur le bord de la nappe. Que la formation de doigts puisse apparaître sur une nappe non initialement perturbée, et qu'à ce moment là la structure possède une régularité et une longueur d'onde préférentielle, sont des indices forts pour une instabilité linéaire. La croissance exponentielle conforte ces indices, mais elle n'était pas forcément attendue étant donné que la nappe annulaire et le rayon du bourrelet évoluent significativement avec le temps, au moins tant que  $t \leq \tau = (\rho R^3 / \gamma)^{1/2}$ , entraînant une évolution temporelle du taux de croissance et de la longueur d'onde préférentielle. L'instabilité capillaire de Rayleigh-Plateau semble être un mécanisme tout à fait plausible. La forme des perturbations (pincements variqueux) est aussi attendue dans ce cas.



(a) Profil de déformation (en mm) en fonction de la position angulaire

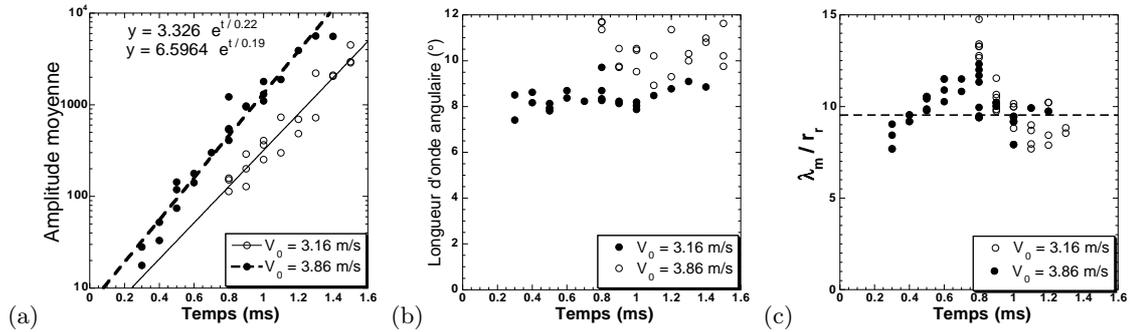


(b) Transformée en ondelette



(c) Somme de la transformée en ondelette le long de la coordonnée spatiale

**Fig.3.** (a) Extraction du profil de déformation (en mm) en fonction de la position angulaire. (b) Transformée en ondelette correspondante. (c) Somme de la transformée en ondelette le long de la coordonnée spatiale, pour plusieurs temps après impact  $t$  (valeur indiquée près de chaque tracé).



**Fig. 4.** (a) Amplitude moyenne (unités arbitraires) pour 2 vitesses d'impact, en fonction du temps (graphe Semi-log). (b) Longueur d'onde angulaire moyenne en fonction du temps. (c) Rapport entre la longueur d'onde et le diamètre du bourrelet. En pointillés, la valeur  $2\pi\sqrt{2}$  prévue par la théorie de Rayleigh.

Les résultats reportés ici ont utilisé de l'isopropanol de viscosité  $\nu=2.5$  cSt, et la tendance à la régularité est encore accentuée en utilisant de l'huile silicone  $\nu=5.2$  cSt. Les résultats de cette étude, en même temps qu'une comparaison plus quantitative avec la théorie de Rayleigh-Plateau tenant compte des variations temporelles du système, sont présentées dans un futur article.

## Références

1. A. M. WORTHINGTON, *A study of splashes* (London : Longmans) (1908).
2. H. E. EDGERTON, *Stopping time : The photographs of Harold Edgerton* (New York : Abrams) (1977).
3. A. L. YARIN, Drop impact dynamics : Splashing, spreading, receding, bouncing ..., *Annual Reviews in Fluid Mechanics*, **38** 159 (2006).
4. R. L. VANDER WAL, G. M. BERGER & S. D. MOZES, Droplets splashing upon films of the same fluid of various depths, *Experiments in Fluids*, **40** 33 (2006).
5. R.D. DEEGAN, P. BRUNET & J. EGGERS, Complexity of Splashing, *Nonlinearity*, **21**, C1-C11 (2008).
6. D. H. PEREGRINE, *Journal of Fluid Mechanics*, **106** 59 (1981).
7. A. L. YARIN & D. A. WEISS, Impact of drops on solid surfaces : self-similar capillary waves, and splashing as a new type of kinematic discontinuity, *Journal of Fluid Mechanics*, **283** 141 (1995).
8. S. T. THORODDSEN, The ejecta sheet generated by the impact of a drop, *Journal of Fluid Mechanics*, **451** 373 (2002).
9. C. JOSSERAND & S. ZALESKI, Droplet splashing on a thin liquid film, *Physics of Fluids*, **15** 1650 (2003).
10. S. D. HOWISON, J. R. OCKENDON, J. M. OLIVIER, R. PURVIS & F.T. SMITH, Droplet impact on a thin fluid layer, *Journal of Fluid Mechanics*, **542** 1 (2005).
11. G.I. TAYLOR, The dynamics of thin sheets of fluid iii : Disintegration of fluid sheets, *Proceedings of the Royal Society of London A*, **253**, 313 (1959).
12. F. E. C. CULICK, Comments on a ruptured soap film, *Journal of Applied Physics*, **31**, 1128 (1960).
13. J. M. FULLANA & S. ZALESKI, Stability of a growing end rim in a liquid sheet of uniform thickness, *Physics of Fluids*, **11**, 952 (1999).
14. D. GUEYFFIER & S. ZALESKI, Formation de digitations lors de l'impact d'une goutte sur un film liquide, *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences, Série II b*, **326**, 839 (1998).
15. LORD RAYLEIGH, *The theory of sound*, (Macmillan, London, (1894).
16. M. RIEBER & A. FROHN, A numerical study on the mechanism of splashing, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **20**, 455 (1999).
17. I. V. ROISMAN, K. HORVAT & C. TROPEA, Spray impact : Rim transverse instability initiating fingering and splash, and description of a secondary spray, *Physics of Fluids*, **18**, 102104 (2006).
18. G. SUNDERHAUF, H. RASZILLIER & F. DURST, The retraction of the edge of a plane liquid sheet, *Physics of Fluids*, **14**, 198 (2002).