

Réduction des fluctuations de vitesse d'un écoulement turbulent de Gallium sous champ magnétique.

Michaël Berhanu, Basile Gallet, Nicolas Mordant, & Stéphan Fauve

Laboratoire de Physique statistique de l'Ecole Normale Supérieure, CNRS UMR 8550, 24 Rue Lhomond, 75231 PARIS Cedex 05, France
 mberhanu@lps.ens.fr

Résumé. Dans le but de comprendre la saturation de l'instabilité dynamo, nous étudions l'effet d'un champ magnétique appliqué sur un écoulement turbulent de Gallium liquide. La mesure du potentiel électrique aux bornes de deux électrodes donne un signal lié aux fluctuations locales de vitesse. On observe en augmentant le champ magnétique une réduction des fluctuations du champ de vitesse sur toute la gamme de fréquences mesurées.

Abstract. With the aim of understanding the saturation of the dynamo instability, we study the effect of a magnetic field applied to a turbulent flow of liquid Gallium. The measure of the electric potential between electrodes gives a signal related to the local velocity fluctuations. By increasing the magnetic field, we observe a reduction of the velocity fluctuations at all frequencies of the velocity spectrum.

1 Introduction

Les champs magnétiques naturels sont créés par l'instabilité dynamo, qui convertit une part de l'énergie cinétique d'un d'un fluide conducteur d'électricité en énergie électromagnétique. Récemment la collaboration VKS est parvenue à créer expérimentalement une dynamo turbulente avec du sodium liquide [1]. La rétroaction du champ magnétique sur l'écoulement par la force de Laplace permet la saturation de cette instabilité. Néanmoins il reste à préciser et à comprendre les modalités de ce phénomène. En effet si de nombreuses expériences ont étudié l'influence de forts champs magnétiques [2], [4], [8] sur des écoulements de métaux liquides, les vitesses sont trop faibles pour que ces mesures soient pertinentes pour l'effet dynamo. C'est pourquoi, on propose d'étudier les fluctuations locales de vitesse d'un écoulement turbulent de gallium liquide, sous un champ magnétique extérieur imposé. Bien que notre expérience soit encore trop modeste pour observer une modification notable du champ magnétique imposé, il s'agit d'une première étape pour montrer le freinage magnétique et valider notre technique expérimentale, à savoir la mesure de la différence de potentiel entre deux électrodes séparées de quelques millimètres plongeant dans le métal. Dans le cadre des hypothèses de la magnétohydrodynamique et pour un écoulement incompressible, les équations qui décrivent le couplage entre le champ magnétique \vec{B} et le champ de vitesse \vec{v} sont l'équation dite de l'induction et l'équation de Navier-Stokes avec le terme supplémentaire dû à la force de Laplace.

Introduisons les nombres sans dimensions caractéristiques du phénomène. En plus du nombre de Reynolds hydrodynamique R_e , deux paramètres magnétohydrodynamiques apparaissent. Dans l'équation de l'induction le paramètre traduisant l'importance du terme d'induction par rapport au terme diffusif (correspondant à la dissipation par effet Joule), est le nombre de Reynolds magnétique $R_m = \mu_0 \sigma L V$, avec L une longueur caractéristique et V une vitesse caractéristique. Le nombre $\eta = (\mu_0 \sigma)^{-1}$ est appelé diffusivité magnétique. Le rapport entre la viscosité cinématique ν et la diffusivité magnétique est le nombre de Prandtl magnétique caractéristique du métal utilisé valant pour le gallium $1.5 \cdot 10^{-6}$. Le rapport entre les nombres de Reynolds hydrodynamique et magnétique est ainsi imposé.

Ensuite la comparaison de la force de Laplace $\vec{j} \wedge \vec{B}$ à l'accélération convective dans l'équation de Navier-Stokes, conduit au paramètre d'interaction N . Pour un champ magnétique induit l'ordre de grandeur de la densité de courant induite est $\vec{j}_{ind} \sim \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B}_0)$, où on note B_0 le champ magnétique imposé. Alors le paramètre dit d'interaction s'écrit :
$$N = \frac{\sigma L B_0^2}{\rho V}$$

2 Dispositif expérimental

On propose donc de mesurer une différence de potentiel dans un métal liquide en écoulement turbulent en fonction d'un champ magnétique appliqué. Nous utilisons comme métal du gallium qui fond à 29.8°C. Sa conductivité au point de fusion est alors de $3.86 \cdot 10^6 \Omega^{-1} m^{-1}$, sa viscosité cinématique de $3.11 \cdot 10^{-7} m^2 s^{-1}$ et sa densité de 6,09. Dans un bûcher de 12.5 cm de diamètre on place un litre de gallium liquide. Le champ magnétique est mesuré grâce à un gaussmètre FW Bell 7030. Deux bobines permettent de faire varier un champ appliqué vertical de zéro au kilogauss. Expérimentalement le champ magnétique induit reste toujours négligeable devant le champ magnétique appliqué. Une hélice décentrée d'environ 3 cm et à 3 cm du fond est mise en rotation dans le fluide. Le rayon de l'hélice est de 3.5 cm. On sélectionne un sens de rotation de l'hélice pour lequel elle éjecte le fluide vers le fond. Le décentrage de l'hélice permet d'avoir plus de fluctuations et d'éviter la rotation d'ensemble du liquide dans le bûcher. Les fréquences de rotation de l'hélice sont comprises entre 2 et 7 Hz, par conséquent le nombre de Reynolds évalué sur le rayon de l'hélice varie entre 50000 et 168000 (l'écoulement peut être considéré comme pleinement turbulent), tandis que le nombre de Reynolds magnétique varie entre 0.07 et 0.25. Les électrodes sont des fils de cuivre de longueur 5 mm isolées sauf à leur extrémités. Le paramètre d'interaction évalué au niveau de l'hélice s'écrit $N = \frac{\sigma V B_0^2}{\rho V^2 / L} = \frac{\sigma B_0^2}{2\pi f_{rot} \rho}$, avec f_{rot} la fréquence de rotation de l'hélice en Hertz.

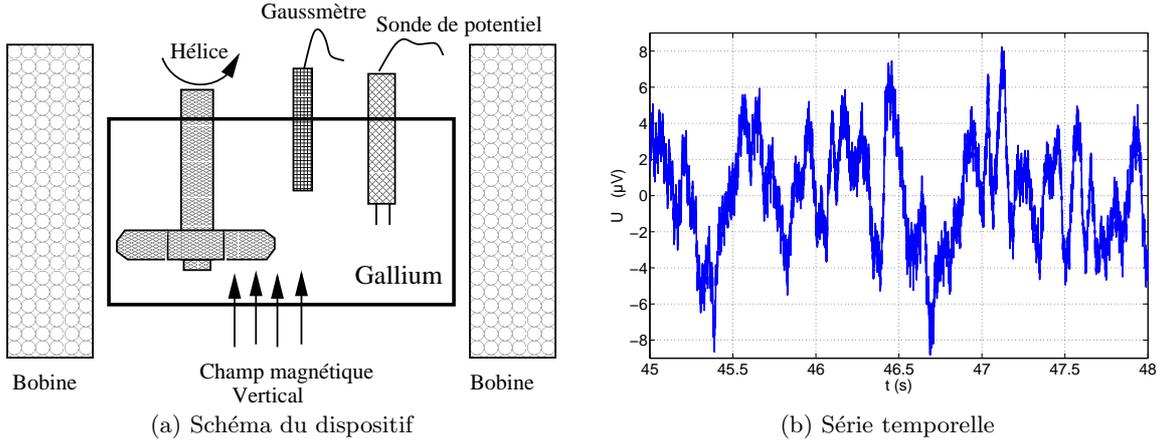


Fig.1. Schéma du dispositif expérimental et signal temporel mesuré avec la sonde de potentiel pour une fréquence de rotation de l'hélice de 3 Hz sous un champ magnétique de 622 G.

3 Pertinence de la mesure de potentiel pour accéder aux fluctuations de vitesses

Mesurer la vitesse locale au sein d'un métal liquide reste difficile et sujet à discussion. La mesure de la tension aux bornes de deux électrodes séparées de quelques millimètres plongeant dans un écoulement est une méthode utilisée depuis plus de 50 ans avec deux grands types de dispositif. Dans le premier cas on impose un fort champ magnétique à grande échelle pour un très petit nombre de Reynolds magnétique [7] [5]. Dans le second on utilise avec un dispositif nommé sonde Vives, où on utilise le champ localisé d'un petit aimant pour avoir accès à la vitesse locale [6]. Nous envisageons ici la première situation mais pour un Reynolds magnétique de l'ordre de l'unité et nous essayons d'estimer si cette mesure permet d'accéder aux fluctuations de vitesse. La loi d'Ohm dans un conducteur en mouvement s'écrit $\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{v} \wedge \vec{B}$.

On nomme l la distance entre électrodes et la mesure de la différence de potentiel notée U entre ces électrodes donne l'intégrale du champ électrique sur cette distance.

$$U = \int_0^l \left(\frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{v} \wedge \vec{B} \right) d\vec{l}$$

Si on désire avoir accès à la vitesse locale du fluide au cours du temps, il est donc nécessaire de connaître le champ magnétique au point de mesure et aussi à priori que la densité de courant soit négligeable. Essayons d'évaluer la contribution des différents termes dans l'expression du champ électrique : $\vec{E} = \eta \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B}) - \vec{v} \wedge \vec{B}$. Le rapport de $\vec{v} \wedge \vec{B}$ sur $\eta \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B})$ est égal au nombre de Reynolds magnétique. A titre de remarque si on envisage de grandes valeurs de ce nombre avec un champ magnétique imposé de l'extérieur ou bien même un champ engendré par un effet dynamo, on attend : $\vec{E} \sim -\vec{v} \wedge \vec{B}$. Une mesure locale du champ magnétique et de la différence de potentiel devrait permettre d'accéder à la vitesse. Mais si on revient au cas correspondant à notre expérience, où les nombres de Reynolds magnétiques sont inférieurs à l'unité, la situation est plus complexe, car en général la densité de courant est elle même produite par un phénomène d'induction. Prenons le cas d'un champ imposé B_0 important, homogène et constant. En décomposant le champ sous la forme $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}_{\text{induit}}$ avec $b_{\text{induit}} \sim R_m B_0$ et en sachant que le champ imposé est irrotationnel, on a $\frac{\vec{j}}{\sigma} \sim \frac{R_m B_0}{L \mu_0} = v B_0$. Donc la densité de courant est à priori du même ordre de grandeur que dans le terme $\vec{v} \wedge \vec{B} \sim \vec{v} \wedge \vec{B}_0$. Il s'avère délicat, d'accéder ainsi aux valeurs absolues du champ de vitesse, dans une expérience d'induction. L'introduction du potentiel ϕ du champ électrique et du potentiel vecteur \vec{A} simplifie l'interprétation des mesures. En effet en prenant la divergence de la loi d'Ohm, sachant qu'en régime permanent $\text{div}(\vec{j}) = 0$ et en choisissant $\text{div}(\vec{A}) = 0$ (jauge de Coulomb), on obtient :

$$\Delta \phi = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0} = \vec{\omega} \cdot \vec{B}_0 + \vec{\omega} \cdot \vec{b}_{\text{induit}} - \mu_0 \vec{v} \cdot \vec{j}$$

Les potentiels ϕ et \vec{A} sont définits par $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(\phi) - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$, ρ_e est la densité de charge et $\vec{\omega}$ le vecteur vorticité de l'écoulement. Evaluons l'ordre de grandeur des différents termes du membre de droite : $\vec{\omega} \cdot \vec{B}_0 \sim \frac{B_0 V}{l_K}$, $\vec{\omega} \cdot \vec{b}_{\text{induit}} \sim \frac{bV}{l_K}$ et $\mu_0 \vec{v} \cdot \vec{j} \sim \frac{bV}{l_\sigma}$, avec $l_K \sim L Re^{-3/4}$, l'échelle de Kolmogorov (échelle de dissipation du champ de vitesse par viscosité) et $l_\sigma \sim L Rm^{-3/4}$, l'échelle de dissipation ohmique des courants induits, la longueur L étant l'échelle intégrale de l'écoulement. Pour les paramètres de notre expériences, les deux derniers termes sont négligeables et on obtient : $\Delta \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} = \vec{\omega} \cdot \vec{B}_0$. La mesure du potentiel pourrait fournir en quelque sorte une mesure de la composante de vorticité parallèle au champ appliqué [5]. A l'instar des mesures de pression, une mesure directe de ϕ serait non locale, à cause de l'expression avec un Laplacien. Mais en mesurant la différence du potentiel entre les électrodes, on accède au gradient de ϕ pour les échelles plus grandes que la distance entre électrodes l , donc on obtient alors un signal ayant pour ordre de grandeur $v B_0$. On a ainsi accès à la dynamique des fluctuations de vitesses, mais sans pouvoir calibrer notre sonde. Pour les fluctuations plus petites que l , on mesure la différence entre deux valeurs du potentiel ϕ décorréllées. On peut essayer de prévoir le comportement du potentiel et de son gradient dans l'espace de Fourier de nombre d'onde k : $k^4 |\phi^2| \sim B_0^2 |\omega^2|$ et $|\frac{\partial \phi^2}{\partial x}| \sim k^2 |\phi^2|$. Or le spectre spatial de la vorticité est supposé suivre une loi de puissance en $k^{1/3}$, pour un écoulement turbulent en faisant appel à la théorie de Kolmogorov 1941. Par l'hypothèse de Taylor, on fait correspondre les spectres temporels aux spectres spatiaux pour les fréquences suffisamment élevées devant l'inverse du temps de corrélation de l'écoulement, du fait du balayage ("sweeping") des hétérogénéités du champ par la vitesse de l'écoulement. Ainsi le spectre de puissance de la tension mesurée, doit, à partir de la fréquence de rotation de l'hélice, présenter une loi de puissance en $f^{-5/3}$, jusqu'à une fréquence de coupure de l'ordre de $f_c \sim \frac{V}{2\pi l}$, au delà de laquelle, une loi de puissance en $f^{-11/3}$ devrait être observée.

4 Résultats

Lorsqu'on applique un champ magnétique vertical au dessus de 50 Gauss, un signal de tension de quelques microvolts sort du bruit, augmentant avec le champ appliqué et la fréquence de rotation de l'hélice. Ses fluctuations sont analogues à celles qui seraient observées avec un fil chaud pour un signal de vitesse turbulent. On évalue l'amplitude des fluctuations de la tension U par l'écart type du signal enregistré. La reproductibilité des mesures permet d'évaluer l'incertitude sur l'écart type à cinq pour cent. Lorsqu'on augmente progressivement le champ magnétique appliqué, l'amplitude de U croît d'abord linéairement avec B , puis on observe un écart négatif à la droite que nous attribuons à l'effet de la force de Laplace sur l'écoulement 2.

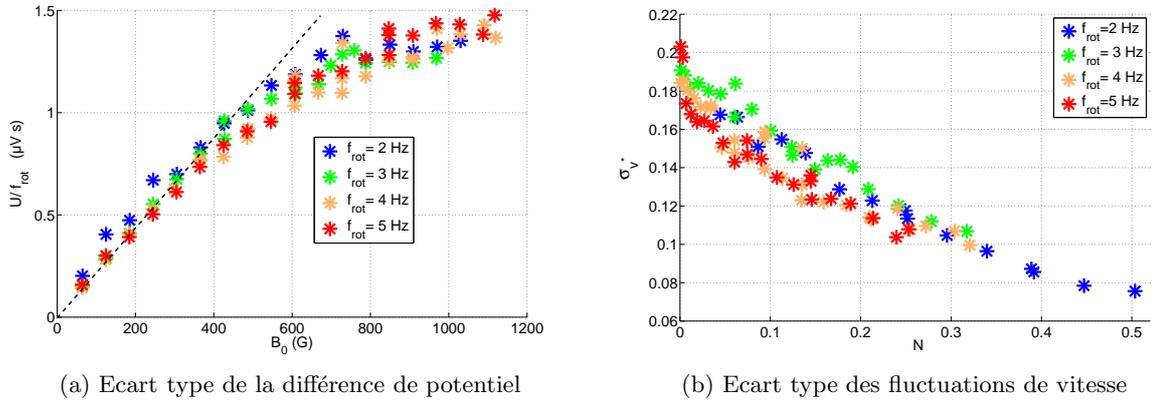


Fig.2. Evolution de l'écart type de la différence de potentiel divisé par la fréquence de rotation de l'hélice en fonction du champ magnétique appliqué et écart type des fluctuations de vitesse adimensionnées par la vitesse de l'hélice, en fonction du paramètre d'interaction.

En divisant l'amplitude de la différence de potentiel entre électrodes, par la norme du champ magnétique (constante au cours d'une mesure donnée) et par la largeur de la sonde, on obtient un signal représentant les fluctuations de vitesse au niveau de la sonde. Le nombre sans dimension pertinent lors de la variation du champ magnétique est le paramètre d'interaction N . On représente alors σ_{v^*} l'écart type des fluctuations de vitesse adimensionné par la vitesse des pâles de l'hélice en fonction de N 2. La vitesse adimensionnée semble suivre une décroissance linéaire avec le paramètre d'interaction.

Les courbes obtenues ressemblent aux mesures de potentiel à grande échelle de Steenbeck et al. [3], pour lesquelles on relève le potentiel produit par effet alpha aux extrémités du dispositif dédié dans du sodium dans ce cas. Le potentiel décroît en valeur moyenne avec le champ appliqué, et suit approximativement une loi en $1/N$. Ces mesures s'interprètent par un phénomène de coincement ("quenching") de l'effet α , correspondant à un freinage de l'écoulement, qui sature les effets d'induction et donne un argument pour une modélisation de l'effet α , où la force électromotrice moyenne est supposée s'écrire $\langle \vec{v} \wedge \vec{B} \rangle = \alpha B_0$. Ce mécanisme est invoqué pour la saturation des modèles de dynamo avec effet alpha. Nos mesures sont en accord avec ces observations et les complètent dans le sens qu'on retrouve l'effet de quenching en mesurant les fluctuations turbulentes du champ de vitesse.

Le spectre temporel du signal de vitesse obtenu par une mesure de différence de potentiel est typique d'un signal de vitesse turbulente. Le comportement qualitatif des spectres est en bon accord avec les conclusions de la deuxième partie. On représente sur la figure 3, le spectre de la vitesse obtenue à partir de la mesure de la différence de potentiel entre les deux électrodes pour une fréquence de rotation de 7 Hz. On observe une zone plate à basse fréquence, puis à partir de la fréquence de rotation de l'hélice une zone plus raide proche de la loi de puissance en $-5/3$. Cette zone est mieux visible pour de hautes fréquences de rotation de l'hélice et dépend sensiblement de la position et de l'orientation de la sonde.

A partir d'une fréquence de coupure de l'ordre de 40 Hz, on observe une loi de puissance plus raide avec un exposant proche de $-11/3$. Au delà de 100 Hz, le signal tombe en dessous du niveau de bruit. Cette mesure est cohérente avec une interprétation hydrodynamique de nos mesures de potentiel. Pour les mesures avec des vitesses d'entraînement plus faibles, la zone avec la loi de puissance en $f^{-5/3}$, est moins visible, sans doute, car la taille typique des fluctuations dans la zone inertielle est inférieure à l . De même le comportement quantitatif des spectres dépend sensiblement de la position et de l'orientation de la sonde, du fait de l'inhomogénéité de l'écoulement moyen.

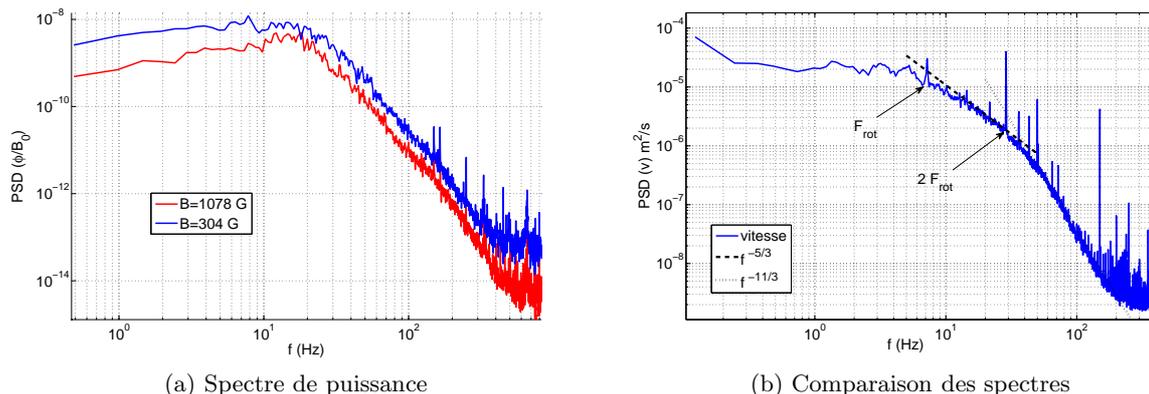


Fig.3. Spectre de puissance de la différence de potentiel pour une fréquence de rotation de l'hélice de 7 Hz sous un champ magnétique de 737 G. Une comparaison des spectres de puissance de la vitesse pour une fréquence de rotation de 5 Hz pour deux champs magnétiques imposés est également donnée.

Il est important de tester l'influence du champ magnétique sur le spectre de puissance de vitesse ainsi obtenu, car une échelle privilégiée dans le freinage du champ de vitesse pourrait exister. Dans ce cas on devrait observer une modification des pentes des spectres lorsqu'on augmente le champ magnétique. Dans nos mesures, l'augmentation du champ magnétique n'affecte pas le comportement qualitatif des spectres. Sur la figure 3, on compare deux spectres temporels pour deux valeurs du champ magnétique appliqué et une même fréquence de rotation. On constate que le niveau global d'énergie se translate verticalement, quand le champ B_0 augmente. Ce résultat important semble montrer que le freinage magnétique se fait de manière globale et homogène sur la taille de l'écoulement. En particulier, il n'y a pas de diminution préférentielle des hautes fréquences, correspondant aux petites échelles de l'écoulement. Les mesures n'ont jamais pu laisser supposer une transition des pentes des spectres de la loi en $k^{-5/3}$, valable pour la turbulence homogène isotrope à la loi en k^{-3} , propre à la turbulence bidimensionnelle, observée pour la turbulence magnétohydrodynamique pour de grandes valeurs du paramètre d'interaction [2] [4].

5 Discussion

Plusieurs auteurs [4] [2] [8] ont étudié l'influence d'un champ magnétique sur un écoulement à la fois expérimentalement et numériquement. Le cas de figure envisagé est alors de montrer pour la turbulence en déclin un amortissement plus rapide du champ de vitesse, avec une bidimensionnalisation de l'écoulement perpendiculairement au champ appliqué pour de grandes valeurs de N . Qu'en est-il si un terme de forçage apporte continuellement de l'énergie à l'écoulement? Le forçage continu dans un volume fermé permet d'attendre un temps de retournement des structures turbulentes, inférieur au temps de déclin du champ de vitesse via la force de Laplace. En effet en prenant le paramètre d'interaction inférieur mais proche de un, l'injection d'énergie $\epsilon_0 \sim \frac{\rho V^3}{L}$ demeure grande devant la puissance de la force de Laplace qui s'identifie à la dissipation par effet Joule $\vec{j} \cdot \vec{E} \sim \sigma V^2 B_0^2$. La dissipation de l'énergie cinétique se fait donc essentiellement via la cascade turbulente. La densité de courant s'écrit $\vec{j} \sim \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B}_0)$, donc la

force de Laplace s'écrit $-\sigma B_0^2 \vec{v}_\perp$, où \vec{v}_\perp est le champ de vitesse perpendiculaire au champ appliqué. On peut donc construire un temps de freinage $\tau_m = \frac{\rho}{\sigma B_0^2}$, qui doit être comparé au temps de retournement qu'on définit comme le temps au bout duquel le champ de vitesse est décorrélé, soit $\tau_h \sim \frac{L}{V}$. Encore une fois, le fait que N soit plus petit que l'unité, montre que le champ magnétique n'a pas le temps de structurer l'écoulement et de le rendre anisotrope. Par conséquent dans la gamme de paramètres de notre expérience et sans doute aussi pour la saturation de l'effet dynamo, appliquer un champ magnétique sur un écoulement turbulent, apporte un terme de freinage supplémentaire, sans pour autant changer la phénoménologie de l'écoulement. Dans le cas contraire on aurait attendu un changement de pente du spectre de vitesse en fonction du champ appliqué. La dissipation totale de l'écoulement augmente avec le champ magnétique en raison de la dissipation Joule, donc la part disponible pour la cascade turbulente est réduite, mais sans changer pour autant sa dynamique et briser son invariance à travers les échelles spatiales. En introduisant un facteur f dépendant du paramètre d'interaction, de valeur inférieur à 1, par les arguments usuels de la théorie de Kolmogorov 1941, le spectre de vitesse prend alors la forme $|\hat{v}| \sim (V^3 L^{-1} f(N))^{2/3} k^{-5/3}$. Par conséquent lorsqu'on augmente le champ magnétique, le spectre de vitesse conserve son allure, mais son amplitude diminue en étant multiplié par $f(N)^{2/3}$.

6 Conclusion

Ainsi à travers la mesure d'une différence de potentiel, nous avons observé l'influence de la force de Laplace sur un écoulement turbulent de gallium, avec une réduction nette des fluctuations turbulentes. Pour la gamme du paramètre d'interaction correspondant à nos mesures, les spectres relevés, montrent que la dynamique de la turbulence, n'est pas modifiée par la présence du champ magnétique. Des mesures complémentaires sont prévues dans un dispositif plus élaboré et mieux contrôlé, permettant de travailler pour de plus grandes vitesses et avec des champs magnétiques imposés plus importants. Nous espérons que ce travail constituera une première étape dans la compréhension de la saturation des dynamos turbulentes.

Remerciements : Nous remercions chaleureusement Sébastien Aumaître pour nous avoir initié aux mesures de potentiel et avoir partagé sa bibliographie, François Pétrélis pour de nombreuses discussions dans l'interprétation des mesures, Claudio Falcon pour son aide technique et scientifique dans ce projet ainsi que les membres de la collaboration VKS.

Références

1. M. MONCHAUX, M. BERHANU, M. BOURGOIN, M. MOULIN, P. ODIER, J.F. PINTON, R. VOLK, S. FAUVE, N. MORDANT, F. PÉTRÉLIS, A. CHIFFAUDEL, F. DAVIAUD, B. DUBRULLE, C. GASQUET, L. MARIÉ, F. RAVELET , Generation of a magnetic field by dynamo action in a turbulent flow of liquid sodium *Physical Reviews Letter* , **8** (1), (2007).
2. J. SOMMERIA AND R. MOREAU , Why, how, and when, MHD turbulence becomes two-dimensional. *Journal of Fluid Mechanics* , **118** , (1982).
3. M. STEENBECK, I. M. KIRKO, A. GAILITIS, A.P. KLYAVINYA, F. KRAUSE, I.Y. LAUMANIS AND O.A. LIELAUSIS , Experimental discovery of the electromotive force along the external magnetic field induced by a flow of liquid metal (α - effect) *Soviet Physics - DOKLADY* , **13** (5), (1968).
4. A. ALEMANY, R. MOREAU, P. L. SULEM, AND U. FRISCH , Influence of an external magnetic field on homogeneous MHD turbulence *Journal de Mécanique* , **18** (2), (1979).
5. A. TSINOBER, E. KIT AND M. TEITEL , On the relevance of the potential-difference method for turbulence measurements *Journal of Fluid Mechanics* , **165** , (1987)
6. A. CRAMER, K. VARSHNEY, TH. GUNDRUM AND G. GERBETH , Experimental study on the sensitivity and accuracy of electric potential local flow measurements *Flow Measurement and Instrumentation* , **17** , (2006).
7. A. KOLIN , Electromagnetic Velometry. I. A. Method for the determination of Fluid Velocity Distribution in Space and Time *Journal of applied physics* , (15), (1944).
8. B. KNAEPEN AND R. MOREAU , Magnetohydrodynamic Turbulence at Low Magnetic Reynolds Number, *Annual Review of Fluid Mech.* , **40** (25), (2008).