

Modélisation numérique de l'expérience Von Kármán Sodium

R. Laguerre^{1,2}, A. Ribeiro^{1,2}, C. Nore^{1,2}, J. Léorat³, & J.-L. Guermond⁴

¹ LIMSI-CNRS, BP133, 91403 Orsay Cedex, France

² Université Paris XI, département de physique, 91405 Orsay cedex, France

³ LUTH, Observatoire de Paris-Meudon, 92195 Meudon, France

⁴ Department of Mathematics, Texas A&M University, 3368 Tamu, College Station, TX 77843-3368, USA

laguerre@limsi.fr

L'effet dynamo est l'instabilité d'un champ magnétique en présence d'un écoulement de fluide conducteur, contrôlée par le nombre de Reynolds magnétique (Re_m), qui compare le temps de diffusion magnétique au temps d'advection. Les résultats expérimentaux récents (Riga et Karlsruhe en 2000, VKS en 2006), ainsi que le manque de simulations numériques réalistes de l'effet dynamo dans le cadre expérimental, nous ont mené à développer un code de calcul numérique capable de résoudre les équations de la magnétohydrodynamique (MHD) en 3 dimensions dans des domaines formés de matériaux de conductivités électriques différentes.

Les équations sont écrites en coordonnées cylindriques et les variables du problème sont exprimées sous la forme de séries de Fourier dans la direction azimutale, ce qui nous permet de considérer tous conteneurs axisymétriques (cylindre, sphère, ellipsoïde, tore, ...). Les équations du problème sont résolues dans les plans méridiens à l'aide d'une méthode éléments finis nodaux pour chaque mode de Fourier et la continuité du champ magnétique au niveau des interfaces isolant/conducteur est imposée à l'aide d'une méthode de pénalisation (Interior Penalty Method). Le champ magnétique dans les domaines isolants est exprimé comme le gradient d'un potentiel scalaire et enfin, l'algorithme a été parallélisé à l'aide de l'outil MPI (Message Passing Interface). Cette méthode s'est montrée performante pour la résolution des équations de Maxwell [1] et se trouve en cours de validation pour le système complet des équations de la MHD.

L'expérience VKS est basée sur un écoulement de Von Kármán de sodium liquide, qui a lieu dans un cylindre dont les deux disques (dans l'expérience, deux turbines) tournent en exacte contra-rotation. L'écoulement moyen est constitué de deux cellules toriques tournant en contra-rotation et générant une couche de mélange azimutale dans le plan médian du cylindre.

Nous avons effectué une étude d'optimisation de cette dynamo dans l'approximation de la dynamo cinématique, ce qui signifie que seules les équations de Maxwell ont été résolues, pour un champ de vitesse donné. Une première étude basée sur un écoulement analytique (Marié-Normand-Daviaud) [3] nous a permis de comprendre l'influence de l'ajout de couches conductrices, de conductivités électriques différentes de celle du fluide, sur le seuil de l'instabilité [2]. Nous avons ensuite effectué des simulations numériques en prenant comme champ de vitesse fluide, un champ de vitesse moyen mesuré par LDV dans une réplique en eau de l'expérience VKS. Cela nous a permis d'effectuer des simulations numériques réalistes proches de l'expérience et ainsi d'étudier l'influence des différents éléments du dispositif (turbine en inox, chemise en cuivre, virole en cuivre, ...) sur le seuil de l'instabilité. Les résultats obtenus montrent une sensibilité importante du seuil de l'instabilité à l'écoulement généré derrière les turbines du dispositif, ainsi qu'aux conductivités des différents éléments constitutifs du dispositif. Ces variations importantes des valeurs des seuils se traduisent par des changements de topologie des modes propres magnétiques.

Références

1. J.-L. GUERMOND, R. LAGUERRE, J. LÉORAT ET C. NORE, A Discontinuous Galerkin Method for the MHD equations in heterogeneous domains, *Journal of Computational Physics*, 2006, à paraître
2. R. LAGUERRE AND C. NORE AND J. LÉORAT ET J.-L. GUERMOND, Induction Effects of conductivity jumps in the envelope of a kinematic dynamo flow, *C. R. Mécanique*, **334**, 593-598 (2003).
3. L. MARIÉ AND C. NORMAND ET F. DAVIAUD, Galerkin analysis of kinematic dynamos in the von Kàrmàn geometry, *Phys. Fluid*, **18**, 017102 (2006).