Modélisation globale de systèmes à forçage périodique

Delphine LEJRI & Jean-Marc MALASOMA

Laboratoire Géomatériaux DGCB-URA CNRS 1652
ENTPE, rue Maurice Audin, 69518 Vaulx-en-Velin cedex
lejri@entpe.fr

La modélisation phénoménologique de systèmes dynamiques complexes est un sujet de recherche qui suscite beaucoup d'intérêt. Elle a pour but de reconstruire la dynamique d'un système, à partir d'une série chronologique chaotique scalaire, expérimentale ou numérique. Dans un premier temps, cette série est plongée dans un espace, dit de plongement, de dimension D. Ainsi, la dynamique du système peut être caractérisée par D variables, pouvant être obtenues à partir des dérivées successives de la série [1]. En effectuant une projection sur une base de polynômes de degré M, à l'aide de la méthode de Gram-Schmidt Modifiée [2], on obtient un système d'équations différentielles régissant la dynamique de la variable utilisée.

Smirnov et Bezruchkov [3] ont proposé en 2001 une méthode adaptée aux systèmes non autonomes, caractérisés par la présence explicite du temps au sein des équations. L'idée consiste à effectuer une projection sur une base étendue, qui permet d'inclure cette dépendance explicite en temps. Cette méthode a l'avantage d'être générale et assez facile à mettre en oeuvre à partir du cas autonome. Par contre, elle a pour inconvénient d'introduire une inconnue supplémentaire : la pulsation du terme de forçage.

Nous avons mis en oeuvre cette technique de modélisation, en utilisant une série chronologique numérique, obtenue par intégration du système d'Ondarçuhu et al. [4]. Ce système forcé périodiquement avec la pulsation ω, modélise l'expérience dite de Bénard-Marangoni et sa dynamique est caractérisée par la présence de deux attracteurs chaotiques symétriques qui coexistent.
Dans un premier temps, la méthode a consisté à déterminer la pulsation du terme de forçage. Cette étape est cruciale, car la précision de la détermination de la valeur de ω influe directement sur la qualité de la modélisation de la dynamique. En utilisant ensuite une composante de la trajectoire sur l'un des deux attracteurs chaotiques, un modèle phénoménologique a été obtenu. Si la pulsation utilisée pour la reconstruction est suffisamment proche de la valeur originale, ce modèle permet, par intégration numérique, d'obtenir non seulement l'attracteur initial, mais aussi, en changeant le signe de la première composante des conditions initiales, l'autre attracteur chaotique qui coexiste.

Références

1. F. Takens Detecting strange attractors in turbulence *Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics*, **898**, 366-381 (1981)
2. S. Chen, S.A. Billings and W. Luo Orthogonal least squares methods and their application to nonlinear system identification *Int.J.Control*, **50** (5), 1873-1896 (1989)
3. Boris P. Bezruchko, Dmitry A. Smirnov Constructing nonautonomous differential equations from experimental time series *Phys. Rev. E*, **63** (1), 016207 (2001)
4. T. Ondarçuhu, G.B. Mindlin, H.L. Mancini and C. Pérez Garcia Dynamical patterns in Bénard-Marangoni Convection in a square container *Phys. Rev. Lett.*, **70** (25), 3892-3895 (1993)