

Dynamiques non-linéaires expérimentales à retard et à temps discret

Mélanie Grapinet, Laurent Larger, Pierre-Ambroise Lacourt, & Vladimir Udaltsov

Institut FEMTO-ST, UMR 6174, Université de Franche-Comté, 16 Route de Gray, 25030 BESANCON Cedex
Melanie.Grapinet@univ-fcomte.fr

Récemment, des dynamiques à temps discret ont été observées grâce à une source impulsionnelle optique intégrée à un oscillateur opto-électronique à retard temporel [1,2]. Ce système conduisant à des dynamiques de complexité élevée, est modélisé par l'équation intégro-différentielle suivante :

$$\tau \frac{dx(t)}{dt} + x(t) + \frac{1}{\theta} \int x(t) dt = \beta(t) \sin^2(x(t-T) + \phi_0). \quad (1)$$

où $x(t)$ est la variable dynamique, T est le retard temporel et $\beta(t)$ est le gain du système proportionnel à la puissance optique de la source, β étant utilisé comme paramètre de bifurcation. Contrairement aux études menées jusqu'à présent, la dépendance temporelle de β est prise en compte. Si l'étude des diagrammes de bifurcation obtenus pour un gain β indépendant du temps est bien cerné [3], il n'en est pas de même pour les cas où β possède une dépendance temporelle. Nous nous sommes donc concentrés sur le cas où la source optique est de type impulsionnelle. Lorsque β est constant, la dynamique à retard est déjà intrinsèquement à échelle de temps multiples ($T \approx 10^3 \tau \approx 10^6 \theta$). Avec l'introduction d'une modulation impulsionnelle rapide de β , nous sommes en présence d'une dynamique quasi-discrète rythmée par le taux de répétition de β , mais toujours à échelle de temps multiples.

Au travers d'une étude complète menée expérimentalement, nous avons recherché de manière systématique les diagrammes de bifurcation en fonction d'un des paramètres du système : ϕ_0 , paramètre d'offset horizontal de la transformation non-linéaire de (1) (ϕ_0 est expérimentalement lié au point de repos d'un interféromètre de type Mach-Zehnder électro-optique, utilisé pour réaliser la non linéarité). L'ensemble des dynamiques produites sont mises en évidence grâce à un diagramme de bifurcation acquis à partir du signal de sortie de la transformation non-linéaire (membre de droite de (1)). L'analyse de ces diagrammes obtenus pour des valeurs de ϕ_0 successives a permis de mettre en évidence expérimentalement les différentes séquences de bifurcation possibles pour ce type particulier de dynamique à retard à excitation impulsionnelle. Typiquement, il s'agit d'évolutions en T2, T4, T3 menant au chaos. L'apparition d'une fenêtre de périodicité très nette d'ordre 3 a permis de mettre en évidence la nature discrète de la dynamique [2], et un nouveau scénario d'interprétation des dynamiques à retard en tant que dynamiques discrètes.

Dans un second temps, le tracé des diagrammes de bifurcation est effectué soit par valeurs croissantes (le système part d'un point fixe) ou décroissantes du paramètre de bifurcation, mettant alors en évidence un hystérésis. Le cycle d'hystérésis porte sur la variable dynamique $x(t)$ en fonction du gain du système.

Références

1. K. IKEDA, Multiple-valued Stationary State and its Instability of the Transmitted Light by a Ring Cavity System, *Optics Communications*, **30** (3), 257-261 (1979).
2. L. LARGER, P.-A. LACOURT, S. POINSOT ET M. HANNA, From flow to map in an experimental high-dimensional electro-optic nonlinear delay oscillator, *Physical Review Letters*, **95** (4), 043903 (2005).
3. M. LE BERRE, E. RESSAYRE, A. TALLET ET Y. POMEAU, Dynamic system driven by a retarded force acting as colored noise, *Physical Review A*, **41** (12), 6635-6646 (1990).