

Caractérisation expérimentale de la compétition non-linéaire de modes de Kelvin-Helmholtz dans un écoulement en cavité

R. Pethieu, L. R. Pastur, F. Lusseyran, & Th. M. Faure

LIMSI-CNRS BP 133
Bât 508 - Université Paris Sud
91403 Orsay Cedex
luc.pastur@limsi.fr

Résumé. Un phénomène non-linéaire de compétition de modes d'oscillation de la couche de cisaillement d'un écoulement affleurant une cavité est observé sur une large gamme de vitesses amont. À partir de mesures LDV sur l'écoulement en aval de la cavité, nous montrons que ce phénomène résulte essentiellement d'un échange de stabilité non-linéaire entre les deux modes principaux, et caractérisons les taux de présence de chacun des modes. En discriminant les événements associés à chaque mode d'oscillation, nous déterminons, à partir de champs de vitesse sous-échantillonnés obtenus par PIV, les structures cohérentes spatiales associées à chacun de ces deux modes.

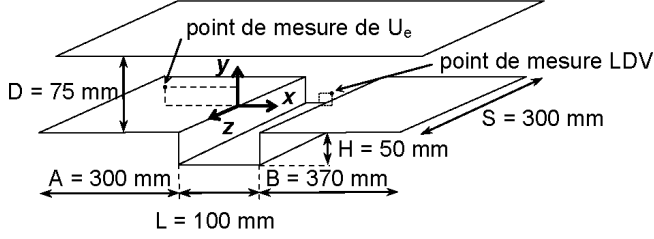
Abstract. A nonlinear phenomenon of competing modes, in the oscillating shear layer of a cavity flow at moderate Reynolds numbers, is observed over a large range of upstream velocities. From LDV measurements downstream of the flow, we show that the phenomenon is essentially due to a nonlinear switching mode phenomenon between the two main spectral components. We characterize the existence rate of each mode. From under-sampled PIV realizations of the velocity field, we are able to identify the spatial coherent structures associated to each mode of the shear layer oscillations.

1 Introduction

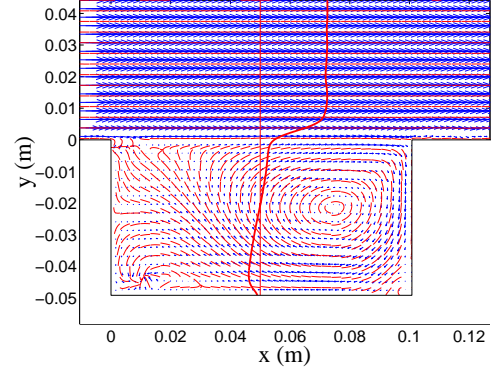
L'écoulement en cavité est un paradigme abondamment étudié pour les écoulements autour de discontinuités structurelles d'engins [1]. Dans notre expérience, l'écoulement s'effectue à basse vitesse, et peut donc être considéré comme incompressible. La couche de cisaillement qui se forme à l'affleurement amont de la cavité est théoriquement instable dès lors que l'écoulement amont existe [2]. Nous présentons les caractéristiques de l'instabilité pour des valeurs U_e de la vitesse amont comprises entre 0,7 et 2,8 m/s (le nombre de Reynolds correspondant $Re = U_e L / \nu$, construit sur la longueur L de la cavité, varie entre 4600 et 18600 ; $\nu = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ pour l'air). Nous verrons dans la section 3 que la plupart des régimes font apparaître deux modes d'oscillation non harmoniques dans le spectre de puissance réalisé sur des mesures par vélocimétrie laser Doppler (acronyme anglo-saxon : LDV) dans l'écoulement aval de la cavité. Ces deux modes entrent en compétition non-linéaire de telle manière que la présence d'un mode tend à défavoriser le développement du second. Dans la section 4, nous étudions plus précisément ce phénomène pour $U_e = 2 \text{ m/s}$ ($Re \simeq 14000$), et nous identifions les structures spatiales associées à chacun de ces deux modes d'oscillation par moyenne de phase sur des champs de vitesse instantanés de l'écoulement dans la section 6.

2 Dispositif expérimental

La cavité a pour longueur $L = 100 \text{ mm}$, hauteur $H = 50 \text{ mm}$, largeur $S = 300 \text{ mm}$ (cf Figure 1a). Les axes (x, y, z) sont exprimés en unités de la longueur L . Le rapport de forme de la cavité vaut $R = L/H = 2$. Le bord amont se trouve en $x = 0$, $y = 0$, le bord aval en $x = +1$, le fond de la cavité en $y = -1/2$, et les bords latéraux en $z = \pm 1,5$. L'écoulement est créé par un ventilateur centrifuge placé en amont de la chambre de tranquillisation de la soufflerie. Un conduit se terminant par un nid d'abeille



(a) Schéma



(b) Champ de vitesse

Fig.1. a) Schéma de la veine d'essais et de la cavité. Le volume de mesure LDV est placé à 15 mm en aval de la cavité ($x = +1,15$), 15 mm au-dessus de la plaque aval ($y = +0,15$, $z = 0$). b) Champ de vitesse moyen $\bar{u}(x, y)$, à $U_e = 2$ m/s, réalisé sur 1100 champs instantanés obtenus par PIV. Les lignes de courant sont également représentées, ainsi que le profil de vitesse longitudinale $u_x(y)$ en fonction de l'altitude y (en unités arbitraires), à l'abscisse $x = 0,05$ (milieu de la cavité).

et un convergent amène l'écoulement vers la section d'essais. La paroi supérieure de la section d'essais se trouve à 75 mm au-dessus de la cavité ($y = +0,75$). L'épaisseur de la couche limite sur cette paroi reste inférieure à 10 mm et a essentiellement pour effet d'accélérer le fluide au-dessus de la cavité ($U_1 > U_e$), par conservation du débit. La vitesse amont U_e est mesurée à 102 mm en amont de la cavité ($x = -1,02$), et 25,5 mm au-dessus de la plaque amont ($y = +0,255$, $z = 0$).

La vitesse longitudinale $u_x = \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_x$ de l'écoulement est mesurée par LDV au point aval représenté sur la Figure 1a. La source lumineuse est fournie par un laser Argon-ion continu à 488 nm (bleu). La fréquence moyenne d'échantillonnage, utilisée pour ré-échantillonner la série, vaut $f_{LDV} = 1530$ Hz.

Le champ de vitesse est obtenu par vélocimétrie par image de particules (acronyme anglo-saxon : PIV) basé sur un algorithme de flot optique utilisant une programmation dynamique orthogonale [3]. La fréquence d'échantillonnage vaut $f_{PIV} = 10$ Hz. Le système de PIV comprend un laser YAG pulsé de 30 mJ à la longueur d'onde 532 nm (vert), dont le faisceau est étendu en une nappe d'épaisseur 0,25 mm. L'enregistrement des images est assuré par une caméra CCD de résolution 1032×778 cadencée à 20 Hz.

3 Étude paramétrique de l'instabilité

Sur la Figure 1b est présenté le champ de vitesse moyen de l'écoulement à $U_e = 2$ m/s, obtenu par PIV. Le profil de vitesse, relevé à l'abscisse $x = 0,05$, présente un point d'inflexion qui le rend instable d'après le critère de Rayleigh [2].

Le spectre de puissance associé à la série LDV à $U_e = 2$ m/s présente 2 pics principaux non harmoniques, à $f_1 = 23,2$ Hz et $f_2 = 31,0$ Hz, d'intensités inégales (Figure 2a). C'est le cas le plus fréquemment rencontré lorsque U_e varie. Un cas particulier est observé autour de $U_e = 1,3$ m/s, où le spectre se réduit quasiment à un seul pic principal autour de la valeur $f_1 \sim 13$ Hz. Pour des vitesses $U_e < 1,3$ m/s, le spectre fait apparaître deux modes f_0 et $f_1 > f_0$, dont les intensités relatives varient avec U_e . Le mode f_0 disparaît pour $U_e > 1,3$ m/s, mais un second mode $f_2 > f_1$ le remplace et croît en intensité avec U_e (Figure 2b). Les deux modes ne coexistent cependant que rarement dans le signal au cours du temps. Pour déterminer l'amplitude instantanée $\rho_i(t)$ de chacun des modes, nous réalisons une démodulation complexe de la série $s(t)$ filtrée autour du mode f_i , basée sur la transformée intégrale de Hilbert $\mathcal{H}\{\}$ d'un signal réel $f(t)$:

$$\mathcal{H}\{f(t)\} = \frac{1}{\pi t} * f(t) \quad (1)$$

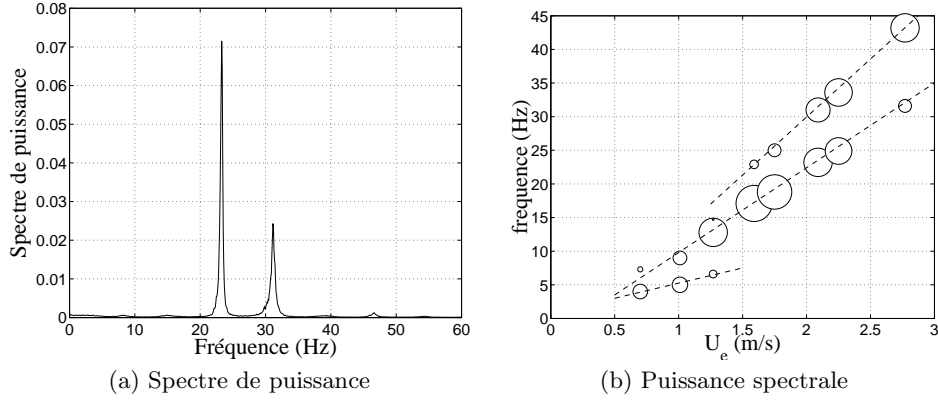


Fig.2. a) Spectre de puissance (normalisé à 1) du signal LDV, à $U_e = 2$ m/s. b) Puissance spectrale des pics principaux dans le plan (U_e, f) . Le rayon d'un cercle est proportionnel au \log_{10} du pic de puissance (dBW). La variation avec U_e de la fréquence des modes f_0, f_1, f_2 , est soulignée par les droites en pointillé du bas, du milieu, du haut, respectivement.

où $*$ est le produit de convolution. Dans l'espace de Fourier, l'opérateur \mathcal{H} revient à effectuer une rotation de $\pi/2$ de la partie positive du spectre, et de $-\pi/2$ de sa partie négative. Le signal résultant est ainsi en quelque sorte en quadrature de phase avec le signal de départ. On construit alors une fonction analytique complexe

$$w(t) = f(t) + i\mathcal{H}\{f\} = \rho(t)e^{i\theta(t)}, \quad (2)$$

dont on peut extraire l'amplitude $\rho^2 = f^2 + \mathcal{H}\{f\}^2$ et la phase $\theta(t) = \arctan(\mathcal{H}\{f\}/f)$.

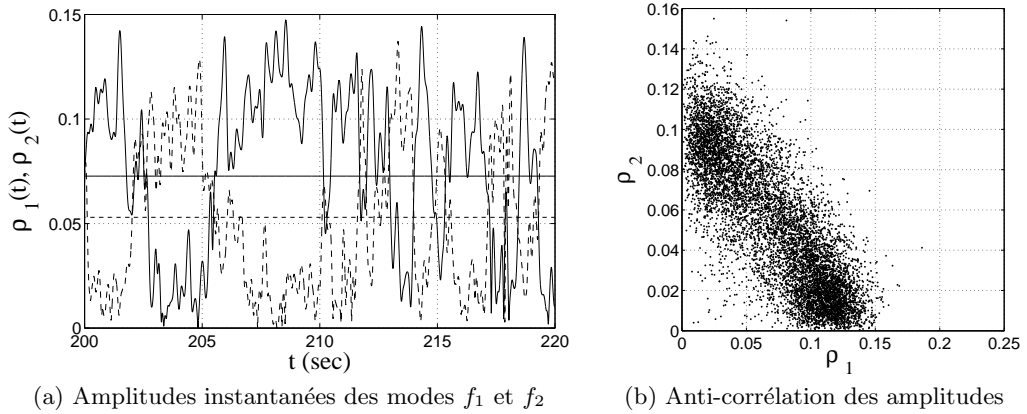


Fig.3. Exemple pour $U_e = 2$ m/s. a) Amplitudes instantanées $\rho_1(t)$ (trait plein) et $\rho_2(t)$ (trait pointillé) des modes f_1 et f_2 , obtenues par démodulation complexe (unités arbitraires). Les amplitudes moyennes $\bar{\rho}_1$ et $\bar{\rho}_2$ sont les lignes horizontales en trait plein et pointillé, respectivement. b) Anti-corrélation des amplitudes ρ_1 et ρ_2 révélée dans le plan (ρ_1, ρ_2) .

En appliquant la transformée de Hilbert sur le signal LDV $s_1(t)$ filtré autour du mode $f_1 = 23,2$ Hz avec une largeur de bande $\Delta f_1 = 8$ Hz (filtrage de type Butterworth d'ordre 4 non causal), on extrait l'amplitude $\rho_1(t)$ du mode f_1 , la dérivée de la phase $\partial\theta_1/\partial t$ étant à tout instant égale à f_1 , à Δf_1 près. En procédant identiquement autour de $f_2 = 31,0$ Hz, avec une largeur de filtre $\Delta f_2 = 9$ Hz, on extrait l'amplitude $\rho_2(t)$. Les amplitudes $\rho_1(t)$ et $\rho_2(t)$ sont représentées sur la Figure 3a pour un intervalle

de temps arbitraire. On voit nettement apparaître une anti-corrélation entre ρ_1 et ρ_2 , confirmée par la Figure 3b. Le scénario est donc essentiellement une compétition non-linéaire où chaque mode tend à exclure l'autre.

4 Étude quantitative à $U_e = 2$ m/s

Il est utile de déterminer les instants pour lesquels la couche de mélange oscille dans un mode plutôt qu'un autre, notamment lorsqu'on voudra associer une structure spatiale cohérente à un mode d'oscillation donné. Le critère d'existence que nous introduisons est basé sur l'amplitude moyenne $\bar{\rho}_i = \frac{1}{T} \int_0^T \rho_i(t) dt$ du mode f_i : si $\rho_i(t) > \bar{\rho}_i$, le mode est considéré présent dans le signal à l'instant t , absent sinon. Ce critère peut se révéler inadapté, par exemple lorsque le taux de présence d'un mode est très largement supérieur à celui de l'autre mode, mais convient au cas étudié [4]. On définit le taux de présence du mode f_i par $\eta_i = t_i/T$, où t_i est le temps de présence cumulé du mode, T la durée totale du signal. On obtient $\eta_1 = 0,524$ et $\eta_2 = 0,479$. Bien que $\eta_1 + \eta_2 \simeq 1,00$, les deux modes ne s'excluent pas parfaitement l'un l'autre au cours du temps. En effet, si l'on définit de la même façon les taux de présence simultanée η_{12} et d'absence simultanée η_0 des 2 modes, on obtient $\eta_{12} = 6,8\%$ et $\eta_0 = 6,5\%$, c'est-à-dire que sur une fraction de temps petite, mais non négligeable, les deux modes peuvent coexister ou disparaître simultanément (selon le critère d'existence introduit). Sur la Figure 4 sont représentés deux intervalles de temps de présence simultanée (Figure 4a) et d'absence simultanée (Figure 4b).

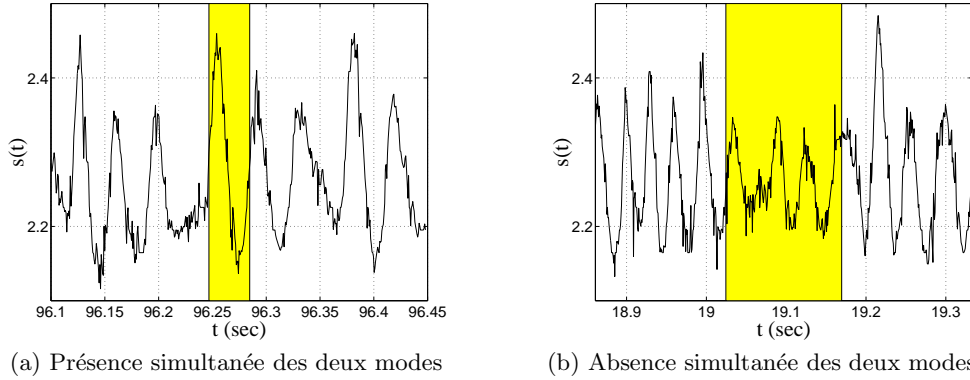


Fig.4. Dans la bande grisée, exemples a) de présence simultanée des deux modes, b) d'absence simultanée des deux modes, d'après le critère d'existence défini en section 4.

5 Structures cohérentes

Nous disposons d'un ensemble représentatif de $M = 1100$ réalisations $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ de l'écoulement, obtenues par PIV, et synchronisées aux séries LDV. Les champs PIV étant sous-échantillonnés relativement au phénomène observé ($f_{\text{PIV}} < f_1$), on se basera sur le signal LDV pour déterminer quelles réalisations de l'écoulement correspondent aux modes d'oscillation à f_1 et f_2 seuls. On dispose ainsi de deux sous-ensembles $\mathcal{S}_1 = \{\mathbf{u}(\mathbf{r}, t_k)\}_{k=1 \dots M_1}^{f_1}$ et $\mathcal{S}_2 = \{\mathbf{u}(\mathbf{r}, t_k)\}_{k=1 \dots M_2}^{f_2}$, des réalisations \mathbf{u} associées aux modes f_1 et f_2 , respectivement. La représentation dans le plan complexe de $w_j(t)$, construit à partir du signal LDV $s_j(t)$ filtré autour du mode f_j , fait apparaître deux ensembles de points (Figure 5a, centrés sur les cercles en trait blanc pointillé), que l'on retrouve dans l'histogramme des amplitude ρ_i représenté sur la Figure 5b. Le premier ensemble de points forme une structure torique, à distance finie de l'origine, caractéristique d'un phénomène cyclique (Figure 5a). Le second ensemble est distribué autour de l'origine, et correspond aux événements où ρ_j est petit (mode f_j absent du signal $s(t)$). En écrivant $w_j(t) = \rho_j e^{i\theta_j}$, on peut découper le plan complexe en $n = 16$ secteurs angulaires θ_j , centrés sur l'origine, et d'ouverture angulaire

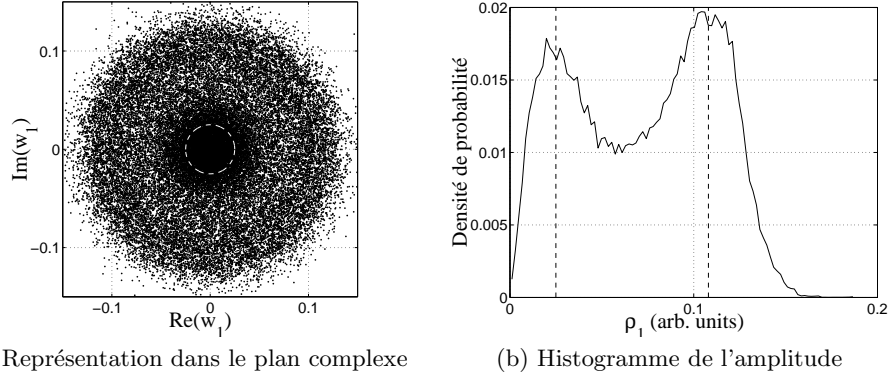


Fig.5. a) Représentation dans le plan complexe ($s_1, \mathcal{H}\{s_1\}$) du signal analytique $w_1(t) = s_1(t) + i\mathcal{H}\{s_1\}$. L'angle θ , qui définit également la phase du cycle d'oscillation de la couche de mélange, est défini par rapport au demi axe horizontal $\Im(w_1) = 0, \Re(w_1) > 0$. Le plan complexe est alors découpé en $n = 16$ secteurs, d'ouverture angulaire $\Delta\theta = 360/n = 22.5^\circ$. b) Histogramme de l'amplitude ρ_1 du mode f_1 . Les maxima de l'histogramme, repérés par les droites verticales pointillées, correspondent dans le plan complexe aux cercles en trait pointillé.

$\Delta\theta = 360/n = 22,5^\circ$. Chaque secteur ainsi défini contient un ensemble de points correspondant à des instants t_k de l'écoulement. En identifiant les temps t_k des champs PIV contenus dans chacun des deux sous-ensembles \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 , on parvient à regrouper les réalisations de l'écoulement correspondant à une même phase d'oscillation de la couche de mélange, à $\Delta\theta$ près. On réalise alors une moyenne en phase pour chaque secteur de phase du plan. Les champs moyens de fluctuation de vitesse pour 6 phases $\{\theta_k\}$ différentes, représentés sur les Figures 6a et 6b, sont définis par :

$$\mathbf{u}'_{\theta_k}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{u}(\mathbf{r}, \theta) - \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{r}) \rangle_{\theta=\theta_k}^{\mathcal{S}_i}, \quad (3)$$

où $\mathbf{u}(\mathbf{r}, \theta)$ est le champ instantané de vitesse à un instant t correspondant à la phase θ , à $\Delta\theta$ près,

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) dt \quad (4)$$

est le champ moyen de l'écoulement, et $\langle \cdot \rangle_{\theta_k}^{\mathcal{S}_i}$ est la moyenne d'ensemble sur la phase θ_k , à $\Delta\theta$ près, sur le sous-ensemble \mathcal{S}_i . Les champs moyens nous permettent alors de déterminer les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 associées aux fréquences f_1 et f_2 , ainsi que les taux d'amplification spatiale β_1 et β_2 . On ajuste pour cela le profil de vitesse verticale $u_y = \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_y$ sur la ligne horizontale affleurante à la cavité ($y = 0$), avec une fonction du type :

$$u_y^{fit}(x) = A + B e^{\beta x} \cos(2\pi x/\lambda + \phi), \quad (5)$$

Les valeurs obtenues, regroupées dans la Table 1, donnent pour valeurs moyennes :

$$\lambda_1 = 4,95 \pm 1,00 \text{ cm} \quad \lambda_2 = 3,75 \pm 0,72 \text{ cm},$$

soit pour célérités $c_1 = \lambda_1 f_1 = 1,13 \pm 0,23 \text{ m/s}$ et $c_2 = \lambda_2 f_2 = 1,16 \pm 0,22 \text{ m/s}$.

6 Discussion

Nous avons comparé ce résultat à celui prédit par un modèle de stabilité d'une couche de cisaillement libre. Celui-ci prédit une relation de dispersion $c = \lambda f = \bar{U}/2$, où la vitesse moyenne $\bar{U} = (U_1 + U_2)/2$ est construite sur les vitesses U_1 et U_2 en $y \rightarrow \pm\infty$. En ajustant le profil vertical de la vitesse longitudinale $u_x(y)$ du champ moyen présenté en Figure 1b en $x = 0,05$, par une fonction :

$$u_x^{fit}(y) = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_1 - U_2}{2} \tanh\left(\frac{y - y_0}{\delta}\right), \quad (6)$$

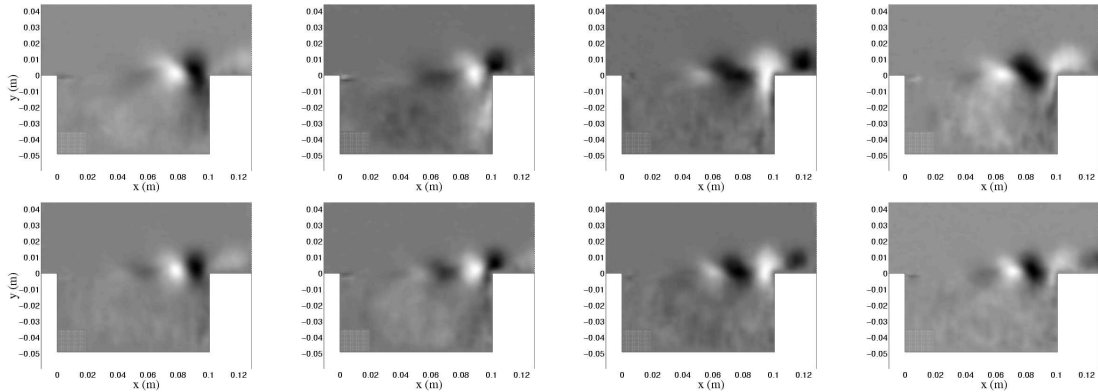


Fig.6. De gauche à droite : composante u_y des champs de fluctuation moyens de vitesse $\mathbf{u}'_{\theta_k}(\mathbf{r})$ aux phases $\theta = 0, 90, 180, 270^\circ$ du cycle d'oscillation de la couche de mélange ; en haut : pour le mode f_1 ; en bas : pour le mode f_2 . On voit apparaître la propagation de l'onde d'instabilité dans la couche de cisaillement.

Tab.1. Longueurs d'onde λ_1, λ_2 et coefficients d'amplification spatiale β_1, β_2 , obtenus pour 8 des 16 champs moyennés en phase, associés aux modes f_1 et f_2 , pour $U_e = 2$ m/s

θ ($^\circ$)	0	45	90	135	180	225	270	315
λ_1 (cm)	5.33	5.67	5.95	4.79	4.83	4.54	4.58	4.74
β_1 (cm $^{-1}$)	35.2	37.38	42.57	51.34	69.3	70.26	62.25	36.52
λ_2 (cm)	3.92	3.64	3.38	3.80	3.61	3.79	3.55	4.07
β_2 (cm $^{-1}$)	35.74	39.60	34.74	55.34	64.52	55.54	34.84	35.08

on mesure $U_1 = 2,19$ m/s et $U_2 = -4,1$ cm/s, soit $c = 1,075$ m/s, que vérifient raisonnablement c_1 et c_2 (aux incertitudes près). Bien entendu, un tel modèle ne permet pas d'expliquer la sélection des modes effectivement excités dans la cavité, celle-ci faisant intervenir l'interaction de l'écoulement avec le bord aval de la cavité. Le mécanisme de rétro-action, aux vitesses considérées, n'est pas encore clairement compris. Néanmoins, il paraît acquis qu'une étude de l'instabilité en termes de modes globaux s'impose. D'autre part, les variations des amplitudes $\rho_1(t)$ et $\rho_2(t)$ étant pour l'essentiel relativement lentes, devant les oscillations de base à f_1 et f_2 , il est attendu que le scénario observé, d'échange de stabilité entre les deux modes excités, puisse être correctement reproduit par des équations d'amplitude de type Ginzburg-Landau complexes couplées, a priori cubiques, aucune hystérésis n'ayant pour le moment été mise en évidence sur la plage d'existence des modes.

Références

1. D. ROCKWELL & E. NAUDASCHER, Self-sustained oscillations of impinging free shear layers, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **11**, 67–94, 1979.
2. P. HUERRE & M. ROSSI, *Hydrodynamic instabilities in open flows*, Cambridge University Press, chap 2, pp 81–294, 1998.
3. G. M. QUÉNOT, J. PAKLEZA & T. A. KOWALEWSKI, Particule image velocimetry with optical flow, *Experiments in Fluids*, **25**, 177–189, 1998.
4. L. R. PASTUR, F. LUSSEYRAN, T. M. FAURE, R. PETHIEU & P. DEBESSE, Quantifying the non-linear mode competition in the flow over an open cavity at medium reynolds number, *Experiments in fluids*, soumis.