

Instabilité de solutions semi-diluées ou diluées de polymères dans un écoulement de Couette-Taylor : suppression des harmoniques de couplage.

F. Kelai, O. Crumeyrolle, & I. Mutabazi

LMPG, université du Havre, 53 rue de Prony, BP 540, 76058 Le Havre cedex
 faycal.kelai233@univ-lehavre.fr

Résumé. Nous comparons l'écoulement de Couette-Taylor de deux solutions viscoélastiques obtenues à l'aide de solutions de polymères, soit dans le cas d'un solvant peu visqueux (0,93 mPa.s) mais avec une solution semi-diluée et rhéofluidifiante, soit dans le cas d'un solvant plus visqueux (43,1 mPa.s) mais avec une solution diluée et non-rhéofluidifiante. Dans les deux cas le premier mode d'instabilité observé est un régime inertio-élastique et présente des ondes spiralées contrapropagatives. La démodulation complexe des motifs permet d'extraire les propriétés spatiales et temporelles du mode critique d'instabilité, en particulier les harmoniques de couplages. On observe que celles-ci sont présentes dans le premier cas mais absentes dans le deuxième. Nous discutons ce résultat par rapports aux travaux antérieurs.

Abstract. We compare the viscoelastic Couette-Taylor flows of two kinds of polymer solutions : in one hand a semi-dilute and shear-thinning solution, obtained with a low viscosity solvent (0,93 mPa.s), in the other hand a dilute solution, with negligible shear-thinning, obtained with a more viscous solvent (43,1 mPa.s). In both cases the observed critical instability mode exhibits counterpropagating spiral waves. Complex demodulation of patterns is used to extract space and time properties of the critical instability mode. It is highlighted that coupling harmonics are observed in the first case but not in the second one. We discuss this with the help of other results from the literature.

1 Introduction

Le système de Couette-Taylor est constitué de deux cylindres coaxiaux pouvant être mis en rotation indépendamment l'un de l'autre, et entre lesquels est emprisonnée une couche de fluide. Il a fait l'objet de nombreuses études dans le cas des fluides newtoniens[1]. En effet sa simplicité géométrique et son grand nombre de symétries en font un système hydrodynamique modèle de l'étude de la transition vers la turbulence dans des systèmes confinés.

Les solutions de polymères de forte masse molaire constituent des liquides viscoélastiques modèles. En effet il est possible de contrôler les paramètres viscoélastiques en variant la propriétés du polymère et/ou du solvant. Elles présentent aussi des applications immédiates dans le domaine de la réduction de traînée, phénomène découvert par Toms[2]. Ainsi l'addition de quelques parties par millions en masse d'un polyoléfine d'une masse molaire de $3 \cdot 10^7$ g/mol permet d'augmenter de 33% le débit du pipeline trans-Alaska.

Les motivations industrielles pour la prédiction des écoulements viscoélastiques, l'absence d'équation aussi universelle que Navier- Stokes pour ces écoulements, l'absence d'explication claire quant à l'origine de la réduction de traînée, sont autant de motifs à l'origine des nombreux travaux sur les écoulements viscoélastiques, notamment via l'étude de solutions de polymère de forte masse molaire. L'écoulement de telles solutions dans le système de Couette-Taylor constitue un système modèle dans le domaine, et fait l'objet d'études depuis environ quarante ans.

Historiquement les premiers travaux cherchaient à caractériser l'influence de la viscoélasticité comme étant une modification des résultats observés en écoulement newtonien. Ainsi dans le cas le plus simple où seul le cylindre intérieur est en rotation, le mode critique newtonien, piloté par les forces d'inerties, est constitué de rouleaux axisymétriques contrarotatifs (rouleaux de Taylor).

Pour de faibles niveaux de viscoélasticité il est possible d'observer qualitativement des rouleaux de Taylor comme mode critique d'instabilité, avec des modifications quantitatives (seuil, nombre d'onde). Larson, Shaqfeh et Muller [4] ont montré théoriquement et expérimentalement qu'un liquide fortement viscoélastique pouvait par contre bifurquer de l'écoulement de base vers un régime instationnaire, non-axisymétrique. Ce régime est qualifié de purement élastique car pouvant être déclenché pour des nombres de Reynolds –et donc des effets inertiels– arbitrairement faibles, moyennant un temps de relaxation du liquide viscoélastique suffisamment long. Ceci peut-être obtenu soit en augmentant la masse molaire et/ou la concentration du polymère, soit en contrôlant la viscosité du solvant employé. Le mécanisme de ces instabilités purement élastiques a aussi été étudié par Groisman *et al.* [3].

Les régimes dits inertio-élastiques sont à mi-chemin entre ces deux cas. Ils se caractérisent par un mode critique d'instabilité encore influencé par les forces inertielles mais qualitativement différent du cas newtonien. En particulier il a été observé des régimes formés de spirales contrapropagatives dans la direction axiale, et dénommés *Standing Waves* ou *Rotating Standing Waves* (e.g. [5], [6]). Dans le cas de solution de polyoxyéthylène peu visqueuses, semi-diluées et rhéofluidifiantes, Crumeyrolle *et al.* [7] ont observé que les harmoniques associées au couplage entre les spirales contrapropagatives pouvaient dominer l'écoulement.

Dans ce travail nous rapportons le comportement critique de deux types de solutions de polymères à base de polyoxyéthylène, afin de faire le lien entre les travaux antérieurs menés avec des solutions de polyacrylamide (Groisman et col.) ou de polyisobutylène (Muller et col.) et les travaux menés avec du polyoxyéthylène.

2 Dispositif expérimental

La géométrie de Couette-Taylor employée (Fig. 1) est constituée de deux cylindres coaxiaux. Le cylindre intérieur est noir, en aluminium anodisé, de rayon $a = 4$ cm. Le cylindre extérieur, de rayon $b = 5$ cm, est en verre. Le rapport d'aspect est de 45,9 et le rapport des rayons vaut $d/a = (b-a)/a = 0,8$. Le cylindre extérieur est maintenu immobile. Ce dernier est isolé thermiquement de l'extérieur par une cuve rectangulaire en plexiglas remplie d'eau. La géométrie rectangulaire du bain favorise les observations optiques. Le cylindre intérieur est piloté à l'aide d'un servomoteur. L'électronique de contrôle permet de réguler la vitesse de rotation angulaire Ω du cylindre à 0,063 rad/s près. L'expérience est réalisée à la température ambiante, très peu variable au cours d'une acquisition. Un thermomètre permet de suivre l'éventuelle évolution de la température d'une acquisition à la suivante pendant une expérience.

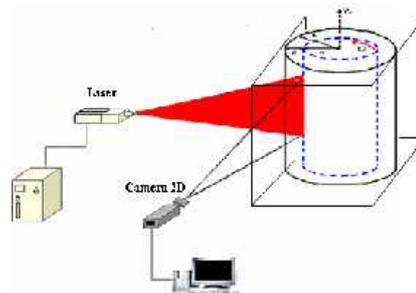


Fig.1. Dispositif expérimental

Nous présentons deux cas de solutions de polyoxyéthylène (POE, Aldrich, $8 \cdot 10^6$ g/mol), obtenues avec des solvants différents. Dans le cas noté A, 1200 ppm (parties par million en masse) de POE sont dissoutes dans un solvant de viscosité 0,93 mPas, constitué à 95 % d'eau de Volvic et à 5% d'alcool isopropylique. Ces solutions sont préparées en dispersant le pré-mélange de la poudre de POE et de l'alcool isopropylique dans l'eau. La solution résultante est une solution semi-diluée et rhéofluidifiante. En effet la viscosité sous cisaillement diminue avec le taux de cisaillement pour des valeurs assez grandes du taux de cisaillement. Ces variations ont été mesurées (Fig. 2a) avec un rhéomètre (AR 2000, TA Instruments) et peuvent être décrites par la loi de Carreau $\eta = \eta_0(1 + (k\dot{\gamma})^2)^{-n/2}$ où $\eta_0 = 26,4$ mPa.s est la viscosité au plateau

newtonien observé à faible taux de cisaillement, $k = 0,692$ s un temps caractéristique de la transition vers le régime de rhéofluidification et $n = 0,2588$ la pente de ce régime (sur un graphe bi-logarithmique). On remarque que la viscosité de la solution est très grande par rapport à la viscosité du solvant.

Dans le cas noté B, 50 ppm de POE sont dissoutes dans un solvant de viscosité 43,1 mPa.s, obtenu à partir d'eau de Volvic, d'alcool isopropylique et de polyéthylène glycol de faible masse molaire, employé comme agent viscosifiant. Ces solutions sont préparées en dispersant la poudre de POE dans un solvant constitué de 2,5% d'alcool isopropylique et 97,5% d'eau de Volvic mélangés à 600 g de polyéthylène glycol. La solution diluée qui en résulte présente une rhéofluidification négligeable et une viscosité de 47,4 mPas (Fig. 2b). Cette solution est plus proche des travaux antérieurs, e.g. [5,6], à la fois de par la faible concentration (solution diluée), de par l'absence de rhéofluidification et de par la viscosité du solvant, qui constitue la contribution principale à la viscosité totale de la solution.

Dans les deux cas les solutions reposent pendant 5 jours au froid (environ 7°C) pour favoriser la dissolution. Après une nuit à température ambiante, les solutions sont homogénéisées à l'aide d'un agitateur magnétique pour minimiser la présence d'agrégats, avant d'être employées dans l'expérience.

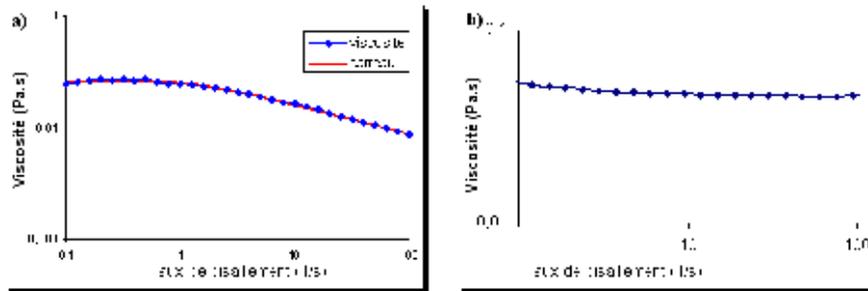


Fig.2. Viscosité de cisaillement à 25°C : a) solution A (semi-diluée), b) solution B (diluée).

On ajoute à nos solutions 2% (en volume) de Kalliroscope AQ1000. Il s'agit d'une solution diluée de plaquettes réfléchissantes anisotropes dont les dimensions sont d'environ $30\mu\text{m} \times 6\mu\text{m} \times 0,07\mu\text{m}$. La visualisation de l'écoulement est obtenue par une coupe laser HeNe verticale de l'entrefer de 17 à 23 cm de haut. Le logiciel Streampix est employé pour piloter une caméra CCD 2D (Basler A641f, 1600×1200 pixels) qui enregistre l'intensité lumineuse $I(r, z, t)$ à la cadence de 12,47 images par seconde pendant 15 minutes. A partir de ces acquisitions, on peut extraire des diagrammes spatio-temporels $I(z, t)$ à r fixé ou $I(r, t)$ à z fixé. Ces diagrammes sont étudiés par traitement du signal. Chaque expérience est conduite en augmentant progressivement la vitesse de rotation Ω , et donc le taux de cisaillement imposé $\dot{\gamma} = \Omega \cdot a/d$, et en respectant des paliers d'attente de 10 minutes.

3 Résultats

Pour les faibles valeurs de vitesse de rotation du cylindre, l'écoulement observé est un écoulement de Couette circulaire pour les deux solutions. Le premier mode d'instabilité observé (Fig. 3) est, dans les deux cas, un régime présentant des ondes spirales axialement contrapropagatives, comparable aux régimes nommés *SW* ou *RSW* dans la littérature [5,6,7].

Dans le cas A le seuil est observé à un nombre de Taylor critique effectif $Ta_c = \sqrt{d/a} \cdot Re_c = 41,73$, où $Re_c = \dot{\gamma}_c \cdot \tau_\nu$ est le nombre de Reynolds critique effectif dans l'entrefer, calculé avec la viscosité rhéofluidifiée observée pour un taux de cisaillement identique à celui du seuil, soit $\dot{\gamma}_c = 12,56\text{s}^{-1}$. En effet pour cette valeur du taux de cisaillement la viscosité de la solution n'est que de 15 mPas, et le temps de diffusion visqueuse effectif $\tau_\nu = \rho d^2 / \eta(\dot{\gamma}_c)$ est de 6,66 s. Par traitement du signal la période fondamentale des ondes spirales est mesurée à $\tau_F = 5,39$ s.

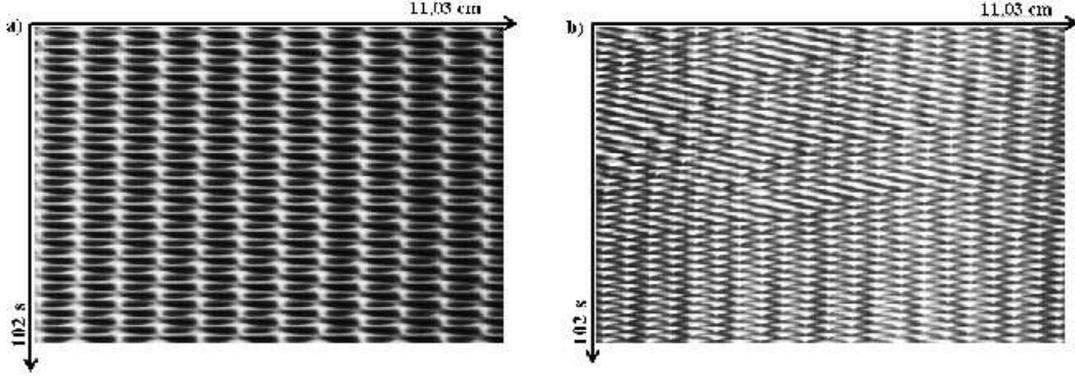


Fig.3. Extrait des diagrammes spatiotemporels d'intensité $I(z, t)$ pour $r = a + d/2$: a) solution A, b) solution B.

Dans le cas B le seuil est observé à un nombre de Taylor critique $Ta_c = \sqrt{d/a} \cdot Re_c = 41,37$, où la viscosité employée est la viscosité de la solution, 47,4 mPas, Le temps de diffusion visqueuse dans l'entrefer est de $\tau_\nu = 2,11$ s. La période fondamentale des ondes spirales est mesurée à $\tau_F = 2,36$ s.

Le motif spatio-temporel observé pour le cas B est un peu plus désordonné. De fait les spectres de puissance 2D (Fig. 4) obtenus à partir des motifs montrent bien un étalement spectral plus important du mode fondamental à (q_0, f_0) pour ce cas. L'examen des spectres révèle aussi dans le cas A la présence de modes harmoniques, et notamment des harmoniques $(2q_0, 0)$ et $(0, 2f_0)$, correspondant au couplage entre les ondes contrapropagatives (c.f. [7]). Au contraire ces harmoniques sont absentes du cas B. L'examen des spectres 2D associés à différentes position radiales et différentes valeurs de la criticalité $\epsilon = (\Omega - \Omega_c)/\Omega_c$ ne montre pas plus d'harmoniques de couplage dans le cas B, sauf une faible harmonique $(2q_0, 0)$ très près du cylindre extérieur ($r = a + 0,9d$).

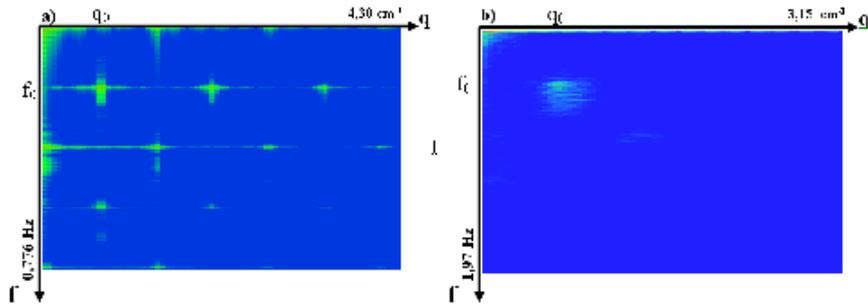


Fig.4. Spectre de puissance 2D : a) solution A, b) solution B (échelle de couleur logarithmique, associée à une puissance variant de 1 à 10^{-6} en unité arbitraires)

Les amplitudes spatio-temporelles $A(z, t)$, obtenues par démodulation complexe, des ondes droites et gauches ainsi que, dans le cas A, celles des harmoniques de couplage sont rapportées Fig. 5. Dans le cas A on note une périodicité dans l'évolution des modes fondamentaux. Les spirales contrapropagatives sont modulées. L'alternance spatiale est aussi très nette : là où une des deux ondes domine, l'autre est faible. Ceci est cohérent avec l'existence d'un fort couplage entre ces deux ondes. Le cas B (Fig. 6) présente un désordre significatif dans la répartition spatiale des spirales, sans alternance nette.

Le seul examen des motifs ou même des spectres 2D ne nous ayant pas permis d'identifier de tendance pour le comportement des différents modes en fonction de $\epsilon = (\Omega - \Omega_c)/\Omega_c$, nous discutons des comportements à partir des valeurs moyennées en espace et en temps, $\langle A \rangle_{zt}$, des diagrammes d'amplitude $A(z, t)$. Dans le cas A les harmoniques dominent le motif majoritairement au centre de l'expérience

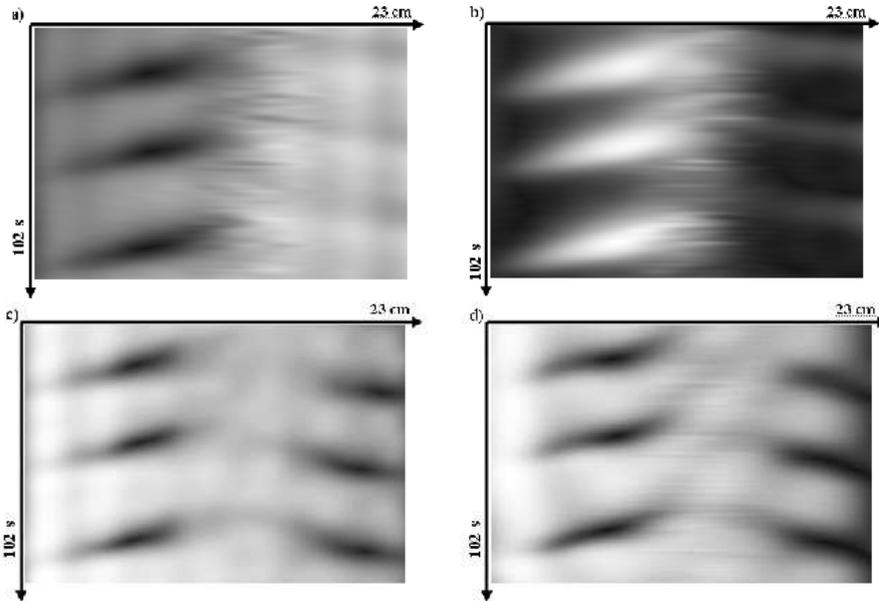


Fig.5. Diagrammes spatiotemporels d'amplitudes dans le cas A (solution semi-diluée) : a) onde gauche, b) onde droite, c) harmonique temporelle, d) harmonique spatiale.

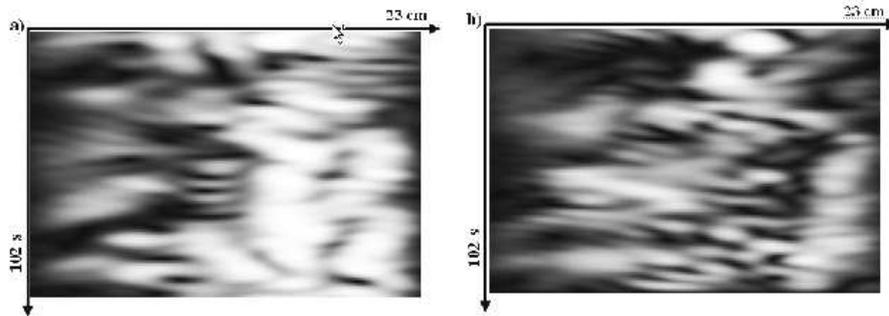


Fig.6. Diagrammes spatiotemporels d'amplitudes pour le cas B (solution diluée) : a) onde gauche, b) onde droite.

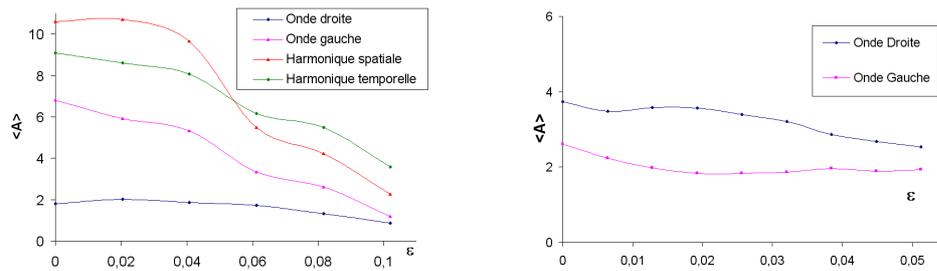


Fig.7. Amplitude moyennée dans le temps et dans l'espace en fonction de ϵ , pour $r = a + d/2$. a) cas A, b) cas B.

($r = a + d/2$) comme rapporté fig 7. La décroissance globale des amplitudes avec ϵ est un comportement spécifique observé au milieu de l'entrefer.

4 Discussion et conclusion

On peut remarquer tout d'abord que dans les deux cas les nombres de Taylor critiques sont inférieurs au nombre de Taylor critique $Ta_{c,N} = 47,3$ associé au cas d'un fluide newtonien. L'écoulement de Couette circulaire est donc déstabilisé par la viscoélasticité. Les harmoniques de couplages sont bien présentes

dans le cas A, mais absentes dans le cas B. Ce dernier point est cohérent avec les résultats des travaux antérieurs des équipes [5] et [6], qui n'avaient pas mis en évidence les harmoniques de couplages, puisque le cas B est plus proche des solutions employées par ces auteurs. Pour comparer plus avant les résultats, il convient d'introduire les différents temps caractéristiques et les nombres sans dimensions associés. Soit τ_M le temps de relaxation moléculaire, défini par $\tau_M = nRT/(\eta - \eta_s)$, avec n le nombre de moles de molécules de POE par unité de volume dans la solution, R la constante des gaz parfaits, T la température thermodynamique, η la viscosité de la solution (au faible taux de cisaillements, i.e. η_0 , dans le cas d'une solution rhéofluidifiante) et η_s la viscosité du solvant. De plus, pour une solution rhéofluidifiante, τ_S , le temps de relaxation de la solution, est défini comme étant le temps associé à une chute de 5% de la viscosité de la solution : $\tau_S = k \cdot (0,95^{-2/n} - 1)^{-1/2}$. Le nombre de Weissenberg critique est défini par $We_{cS} = \dot{\gamma}_c \cdot \tau_S$ ou $We_{cM} = \dot{\gamma}_c \cdot \tau_M$. Ce nombre adimensionnel mesure la compétition entre l'élasticité et la déformation de cisaillement. Le nombre élastique est défini par $E_{cM} = We_{cM}/Re_c = \tau_M/\tau_\nu$ ou par $E_{cS} = We_{cS}/Re_c = \tau_S/\tau_\nu$ avec τ_ν le temps de diffusion visqueuse (effectif dans le cas A) déjà introduit. Le nombre élastique mesure la compétition entre élasticité et viscosité. L'ensemble des valeurs obtenues au seuil est rapporté dans chaque cas tableau 1.

Tab.1. Temps caractéristiques et nombres adimensionnels critiques.

	τ_M (s)	τ_S (s)	τ_ν (s)	τ_F (s)	$1/\dot{\gamma}_c$ (s)	Re_c	Ta_c	We_{cM}	We_{cS}	E_{cM}	E_{cS}
A	0,069	0,9921	6,659	5,387	0,080	83,45	41,73	0,862	12,47	0,010	0,149
B	0,281		2,110	2,358	0,026	82,74	41,37	11,00		0,133	

Il faut noter d'une part les faibles valeurs des nombres élastiques (proche de 0,1 ou moins) et, d'autre part, la proximité des valeurs de τ_F et τ_ν , respectivement la période fondamentale des spirales et le temps de diffusion visqueuse (effectif dans le cas A). Les régimes sont donc bien inertio-élastiques. Par ailleurs, dans le cas A le temps de relaxation de la solution τ_S est bien plus élevé que le temps de relaxation moléculaire τ_M . On peut donc supposer que τ_S pilote la dynamique viscoélastique. De fait on remarque que les valeurs obtenues pour We_{cS} et E_{cS} dans le cas A sont très proche de respectivement We_{cM} et E_{cM} obtenues dans le cas B. Les valeurs critiques des nombres de Taylor sont aussi très proches, ce qui conforte la comparaison.

On peut donc conclure qu'un régime d'ondes spiralées contrapropagatives peut être observé pour un nombre de Weissenberg critique proche de 10, un nombre élastique critique d'environ 0,1, et un nombre de Taylor critique d'environ 40. Dans le cas de solutions rhéofluidifiantes, les ondes spiralées contrapropagatives présentent un couplage significatif. Des caractérisations rhéologiques supplémentaires seront nécessaires pour obtenir des comparaisons quantitatives directes des nombres adimensionnels avec les travaux antérieurs en raison des différentes approches choisies d'un groupe à l'autre pour déterminer les temps de relaxation.

Références

1. C. D. ANDERECK, S. S. LIU, H. L. SWINNEY, *J. Fluid Mech.*, **164**, 155 (1986).
2. B. A. TOMS, *Proc. Int. Cong. Rheo., Holland, 1948 (North Holland, Amsterdam)*, II-135-141 (1949).
3. A. GROISMAN, V. STEINBERG, *Phys. Fluids*, **10**(10), 2451 (1998).
4. R. G. LARSON, E. S. G. SHAQFEH & S. J. MULLER, *J. Fluid Mech.*, **218**, 573 (1990).
5. A. GROISMAN & V. STEINBERG, *Europhys. Lett.*, **43**(2), 165-170 (1998).
6. B.M. BAUMERT & S.J. MULLER, *Phys. Fluids*, **9**(3), 566-586 (1997).
7. O. CRUMEYROLLE, I. MUTAZBAZI & M. GRISEL, *Phys. Fluids*, **14**(5), 1681-1688 (2002).