

Seuils d'écoulement et dynamique d'une couche granulaire vibrée horizontalement

Sébastien Aumaitre¹, Conor Puls², Jim N. McElwaine³, & Jerry P. Gollub^{2,4}

¹ SPEC/DRECAM/DSM, CEA-Saclay Orme-les-Merisiers, F-91191 Gif-sur-Yvette

² Physics Department, Haverford College, Haverford PA 19041 —USA—

³ University of Cambridge, Cambridge CB2 1TN, —UK—

⁴ Physics Department, University of Pennsylvania, Philadelphia PA 19104 —USA—

sebastien.aumaitre@cea.fr

Résumé. Un forçage oscillant horizontalement est utilisé pour sonder la rhéologie complexe d'une couche granulaire peu profonde. Bien que le comportement dépende du protocole de mesure, différents seuils pour l'initialisation et l'arrêt de l'écoulement ont été à chaque fois mis en évidence, et cela a été aussi noté pour les seuils d'avalanche. A basses fréquences, la variation par rapport à la profondeur de l'accélération critique adimensionnée engendrant l'écoulement pour la cellule oscillante, est semblable à la quantité correspondante mesurée dans des avalanches créées dans le même récipient. Une fois le mouvement initié, la rhéologie du matériel s'avère changer de manières étonnantes avec le temps, pendant les cycles d'excitation. Pour finir, nous considérons les profils de vitesse de l'écoulement à la surface libre de la cellule, et également en fonction de la profondeur de la couche.

Abstract. An oscillating forcing is used to study the complex rheology of shallow layer of dry grain. Although the behaviour depend on the experimental protocol, it has been that the thresholds for starting and stopping of flow are slightly different, as it is also found for avalanches of inclined layers. At low excitation frequency, the variation with depth of the starting acceleration Γ_{start} , for the oscillating layer is similar to the corresponding variation of the tangent of the starting angle $\tan(\theta_{start})$ for avalanches in the same container, but deviates as the frequency is increased. Once the grains start to flow, the rheology of the material is found to vary in time during the cycle in surprising ways. Finally, we consider the flow profiles as a function of both the transverse distance across the cell at the free surface, and also as a function of the vertical coordinate in the boundary layer near the sidewall.

Les milieux granulaires denses en écoulement ont une rhéologie complexe donnant naissance aux phénomènes d'avalanches, de formation de dunes, de ségrégation, de collapse etc. En raison de leur importance géophysique évidente [1], les écoulements sur plan incliné sont les dispositifs parmi les plus étudiés [2-6] et ont fait l'objet de nombreux modèles [7-11]. Récemment, des études ont été faites sur les angles limites d'écoulement en fonction de l'épaisseur de la couche et les profils de vitesses [12-15]. Nous proposons ici un dispositif alternatif pour étudier les propriétés d'écoulement d'une couche granulaire dense, en l'entraînant par une vibration sinusoïdale horizontale du récipient la contenant. Dans le référentiel en mouvement, la couche ainsi accélérée subit une force effective agissant sur toute le volume de la couche, à l'image de la force de gravité dans les couches sur plans inclinés.

1 Dispositif et procédures

Le dispositif expérimental (Fig. 1) est composé d'une cellule de plexiglass de longueur $L = 200\text{mm}$, largeur $W = 80\text{mm}$ et de hauteur $H = 60\text{mm}$, remplie avec des sphères de verre polydisperses (diamètre entre 0.72 et 1.20mm) dont le diamètre moyen est $d = 0.96\text{mm}$, sur une hauteur h allant de $1d$ à $16d$. Les mêmes types de particules ont été collées sur le fond afin de le rendre rugueux. Les parois latérales sont lisses. C'est en cela (rapport d'aspect, fond rugueux) que notre dispositif diffère des expériences menées précédemment sous ce type d'excitation, essentiellement pour étudier le régime convectif qui apparaît dans une couche complètement fluidisée par une forte excitation [16-18]. La cellule est vibrée horizontalement au moyen d'un vibreur électro-magnétique. On fournit ainsi une oscillation sinusoïdale, $A \sin(\omega t)$, jusqu'à

une amplitude crête-crête de $2A \sim 2\text{cm}$. Nous avons utilisé ce vibreur sur une gamme de fréquences $f_o = 1/T = \omega/2\pi$, allant de 3 à 10 Hz. Cette accélération est mesurée par accéléromètre. La position et la vitesse des particules sont extraites d'images par des procédures de *particle tracking* usuelles [20], à ceci près que toutes les vitesses sont ramenées dans le référentiel du conteneur dont la position est repérée grâce à un marqueur. *Dans tout ce qui suit les vitesses sont ramenées dans le référentiel du conteneur.*

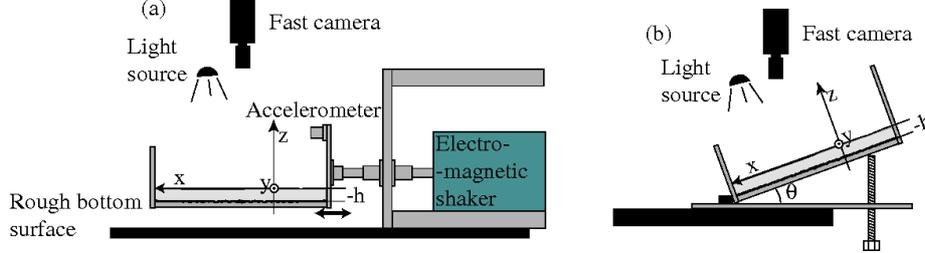


Fig. 1. (a) Schéma du dispositif expérimental et des conventions d'axes pour l'expérience d'oscillation horizontale. (b) Schéma du dispositif expérimental et des conventions d'axes pour l'expérience de plan incliné réalisée avec la même cellule.

Le choix de particules polydisperses prévient la cristallisation, mais il n'empêche pas les réarrangements des grains et leur usure, qui sont susceptibles de modifier les propriétés de la couche et donc les seuils d'écoulement. Afin d'estimer la robustesse de nos observations vis à vis de ces effets, nous avons donc utilisé 2 procédures de mesures : la méthode A, rapide, où la mesure est faite immédiatement après le changement de la consigne d'accélération, et où la couche n'est aérée par agitation que toutes les 5–10 mesures, et la méthode B, où on laisse la couche évoluer librement 1 min après le changement de consigne avant de commencer la mesure.

La même cellule, avec les mêmes particules, a été utilisée dans une expérience de plan incliné schématisée Fig. 1b. On pourra ainsi comparer, dans deux expériences ayant rigoureusement les mêmes conditions de bords, la tangente de l'angle critique de déclenchement des avalanches sur le plan incliné, avec l'accélération horizontale critique d'écoulement adimensionnée par la gravité g . Ces deux quantités mesurent en effet le même rapport de la contrainte parallèle à la surface libre de la couche (respectivement $A\omega^2$ pour la couche oscillante et $g \sin(\theta)$ pour le plan incliné), sur la contrainte de confinement perpendiculaire à cette surface (resp g et $g \cos(\theta)$)

Les paramètres sans dimension sont : $\Gamma = A\omega^2/g$, la hauteur de la couche en diamètre de grain, h/d , la pulsation, $\eta = \omega\sqrt{d/g}$ comprise entre 0.18 et 0.62 (la limite $\eta \rightarrow 0$ à Γ constant correspondant au plan incliné de pente $\tan^{-1} \Gamma$). On adimensionnera les vitesses par $f_o d$ de manière à avoir une vitesse sans dimension inférieure à 1, lorsque les particules se déplacent de moins d'un diamètre de bille pendant une période. On choisit la direction x parallèle à l'accélération et z la direction verticale (Fig. 1).

2 Mesure des seuils d'écoulement

La figure 2 représente la vitesse RMS (moyennée dans le temps et l'espace), V_{rms} , de la surface libre d'une couche de hauteur $h = 7d$, en fonction de Γ , obtenue par la procédure A (Fig. 2a) et la procédure B (Fig. 2b). Dans les deux cas, on voit clairement un seuil entre 0.4 et 0.45 au-delà duquel les grains s'écoulent. Le seuil est légèrement plus élevé pour le déclenchement du mouvement (triangles pleins dirigés vers le haut) que pour son arrêt une fois le mouvement initié (triangles ouverts orientés vers le bas). On notera respectivement Γ_{start} et Γ_{stop} ces deux seuils. C'est également ce qui est observé dans les expériences de plans inclinés. Dans le cas de la procédure B, les seuils sont plus élevés (surtout à la descente), l'augmentation au-dessus du seuil est plus abrupte et l'hystérésis moins prononcée.

Ces différences s'expliquent en partie avec l'évolution lente du maximum de la vitesse RMS (moyennée dans l'espace seulement), V_{max} , aux temps longs (Fig. 3). Un incrément d'amplitude engendre un saut d'accélération. Près du seuil, cette petite perturbation initiale est suffisante pour initier le mouvement de la couche, mais si par la suite, la consigne n'est pas assez grande pour entretenir la fluidisation, le

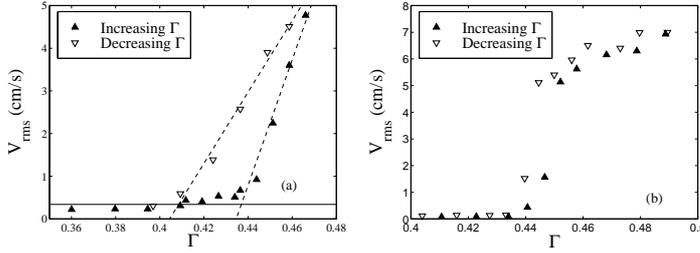


Fig.2. Variation de la vitesse RMS dans la direction x en fonction de l'accélération adimensionnée, pour une couche de grains de hauteur $h = 7\text{cm}$. Les triangles pleins dirigés vers le haut sont obtenus lorsque les incréments d'accélération croissent. Les triangles ouverts dirigés vers le bas sont obtenus lorsque les incréments d'accélération décroissent. Les courbes (a) sont obtenues par la méthode A, les courbes (b) sont obtenues par la méthode B.

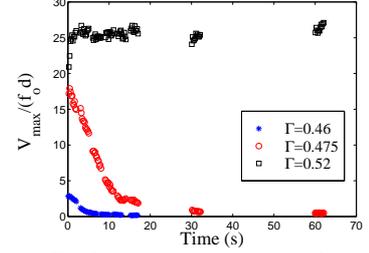


Fig.3. Evolutions aux temps longs du maximum de la vitesse RMS (moyennée dans l'espace) mesurée à la surface libre d'une couche de hauteur $h = 9d$, pour une fréquence adimensionnée $\eta = 0.31$ ($f_o = 5.0\text{Hz}$), obtenues pour $\Gamma = 0.460$ (*), $\Gamma = 0.475$ (o), $\Gamma = 0.52$ (carré).

mouvement décroît dû aux réarrangements. On peut ainsi être au-dessus du seuil par la méthode A et en dessous par la méthode B. Ces effets seront encore plus sensibles pour Γ_{stop} où, même sans discontinuité de l'accélération, un temps de relaxation de plusieurs seconds pourrait être nécessaire après le changement de la consigne pour atteindre le régime stationnaire.

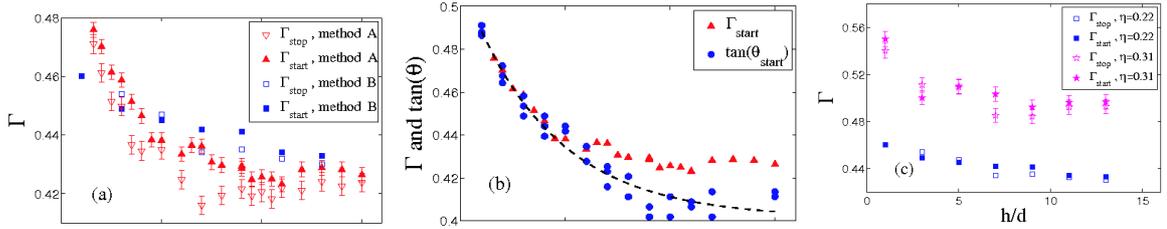


Fig.4. Evolution du seuil d'écoulement en fonction de la hauteur de grain h . Les symboles ouverts représentent Γ_{stop} , les symboles pleins représentent Γ_{start} . (a) compare les procédures A (triangle) et B (carré) pour $\eta = 0.21$ ($f_o = 3.3\text{Hz}$). (b) compare Γ_{start} obtenu par la méthode A (triangle) ($\eta = 0.22$) avec $\tan(\theta_{start})$ obtenue dans une expérience de plan incliné. La courbe en tirets correspond à un ajustement de la relation théorique proposée dans [12,13]. Enfin (c) compare deux fréquences d'excitation $\eta = 0.21$ ($f_o = 3.3\text{Hz}$) (carré) et $\eta = 0.31$ ($f_o = 5.0\text{Hz}$) (étoile) en suivant la même procédure B.

On compare (Fig. 4a), cette évolution pour les deux procédures utilisées pour une pulsation $\eta = 0.21$ ($f_o = 3.3\text{Hz}$). Malgré quelques différences déjà notées précédemment, on observe qualitativement le même comportement, c'est-à-dire un seuil entre $\Gamma = 0.42$ et 0.48 et une décroissance du seuil quand on augmente h avec une tendance à la saturation aux grands h . Fig. 4b, on voit que la tangente de l'angle critique d'écoulement suit un comportement comparable lorsqu'on incline la cellule (Fig. 1b). Toutefois, $\tan(\theta)$ varie sur une gamme un peu plus étendue car $\tan(\theta)$ sature moins aux grands angles. Ce résultat est en accord avec la relation phénoménologique proposée dans [12,13]. Par contre, la fig.4(c) montre que l'augmentation de la fréquence d'excitation a un fort effet stabilisant. Cela illustre le fait que l'échelle de temps, $T = 1/f_o$, introduite par l'excitation implique, comme le suggère l'analyse dimensionnelle, que Γ n'est plus le seul paramètre de contrôle pertinent pour le seuil d'excitation, contrairement au plan incliné univoquement contrôlé par $\tan(\theta)$.

3 Dynamique de la surface

La figure 5 montre la trace temporelle de la vitesse de la surface moyennée spatialement $\langle V \rangle$ pour 4 valeurs de Γ . En dessous du seuil on ne voit que de faibles oscillations (Fig. 5a). Par contre, juste

au-dessus du seuil (Figs. 5b et 5c), on voit un régime intermédiaire où la couche ne s'écoule que sur une partie du cycle. Ce n'est qu'à forte excitation (10 % au dessus du seuil) que la couche est totalement fluidisée pendant tout le cycle (Fig. 5d). Plus étonnant, dans le régime intermédiaire la couche commence à s'écouler alors que la force effective qu'elle subit est nulle! et elle diminue avant même que cette force n'est atteint son maximum, pour atteindre 0 alors que la force effective est encore pratiquement à son maximum. Cela illustre bien la rhéologie complexe des milieux granulaires qui ne dépend pas seulement de la force instantanée mais implique des effets de mémoires mettant en jeu, entre autre, des réarrangements, du jamming et de la rhéo-fluidisation.

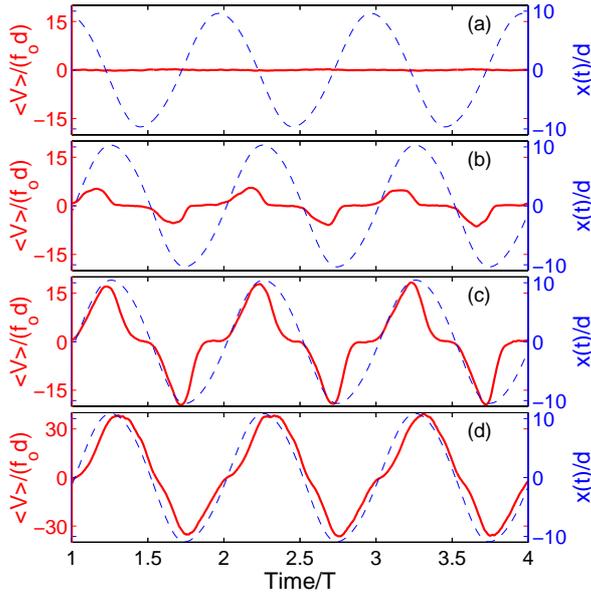


Fig.5. Traces temporelles de la vitesse suivant x , moyennée spatialement à la surface d'une couche de hauteur $h = 9d$ avec $\eta = 0.21$. Les tirets donnent la position adimensionnée de la cellule qui est en phase avec la force effective ressentie par la couche granulaire dans le référentiel accéléré. On a respectivement (a) $\Gamma = 0.39$, (b) $\Gamma = 0.44$, (c) $\Gamma = 0.46$, (d) $\Gamma = 0.48$.

Par exemple, on ne peut pas expliquer la proportion de la phase mobile par un simple modèle de frottement solide impliquant seulement une friction statique (donnée par Γ_{start}) et dynamique (donnée par Γ_{stop}). En effet, si on considère, figure 6, la fraction de temps pendant laquelle la couche est mobile au cours d'un cycle, en fonction de Γ , un tel modèle donne la courbe en pointillé de la de figure 6. Celui-ci est loin d'être en accord avec les mesures expérimentales qui, quelque soit l'épaisseur h , montrent une mobilité beaucoup plus grande. Finalement, nous avons considéré l'évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de vitesses, σ_V , (c'est-à-dire la racine carrée de la température granulaire de surface) dans ce régime intermédiaire. On constate Fig. 7 que ces fluctuations sont toujours maximales légèrement après que la vitesse moyenne est atteinte son extremum.

4 Profils de vitesse

Dans le cas des avalanches sur un plan incliné, il existe des prédictions théoriques pour les profils des vitesses, basées sur la théorie cinétique [2,7] où des considérations dimensionnelles [20,13]. Bien que partant d'hypothèses très différentes, ses prédictions aboutissent à une même loi de puissance pour le profil de vitesse dans l'épaisseur de la couche. Cette loi, dite de Bagnold, reproduit correctement les

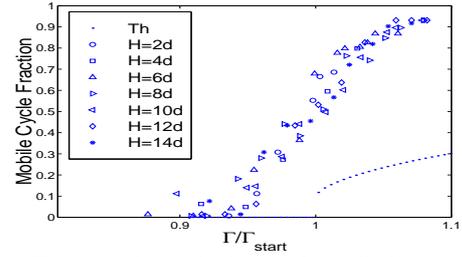


Fig.6. Fraction du cycle durant laquelle la couche est mobile en fonction de Γ , mesurée pour différentes hauteurs h . Les pointillés donnent cette fraction pour un modèle de frottement solide avec une friction dynamique $\Gamma_{stop} = 0.42$ et statique $\Gamma_{start} = 0.44$.

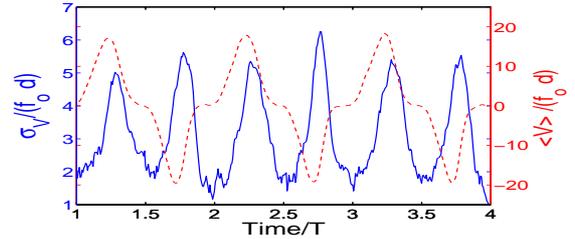


Fig.7. Evolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de vitesses suivant x et y pour une accélération et une hauteur de couche correspondant à la figure 5c. En tiret est rappelé la vitesse moyenne donnée Fig. 5c.

observations. les profils de vitesse Dans notre expérience, le milieu granulaire étant opaque, on a accès qu'aux écoulements de surface, que ce soit le profil horizontal mesuré par le dessus, de la paroi latérale au centre de la cellule, ou bien le profil vertical mesuré pour les particules au contact de la paroi latérale lisse de plexiglass.

Ces profils sont dépendant du temps comme le montre (Fig. 8) les traces temporelles de la vitesse suivant x à la surface des grains, moyennée dans la direction x , à différentes distances y de la paroi latérale, $V_y(t)$, pour le régime intermédiaire (a), et le régime pleinement fluidisé (b). Afin d'étudier la forme générale de ces profils, en tentant de s'affranchir de la variation temporelle, nous avons normalisé les profils par la vitesse moyenne instantanée (tirets Fig. 8). Ces profils ainsi adimensionnés, sont tracés dans les fenêtres des Figs. 8a et 8b. On voit que malgré cette précaution, les profils ne se superposent pas dans le régime intermédiaire. Ils sont très différents dans la phase d'accélération où ils sont continus et quasi-linéaires, et dans la phase de décélération où il apparaît une bande immobile près de la paroi suivie d'une bande où la vitesse augmente abruptement. Cela semble indiquer que la couche s'immobilise à partir des parois. Le profil résultant d'une moyenne dans le temps ne ressemble pas à ceux des écoulements continus sur plan incliné. A l'inverse dans le régime pleinement développé les profils adimensionnés par la vitesse instantanée se superposent bien et ressemblent aux profils prédits récemment pour les écoulements continus sur plan incliné [14,15].

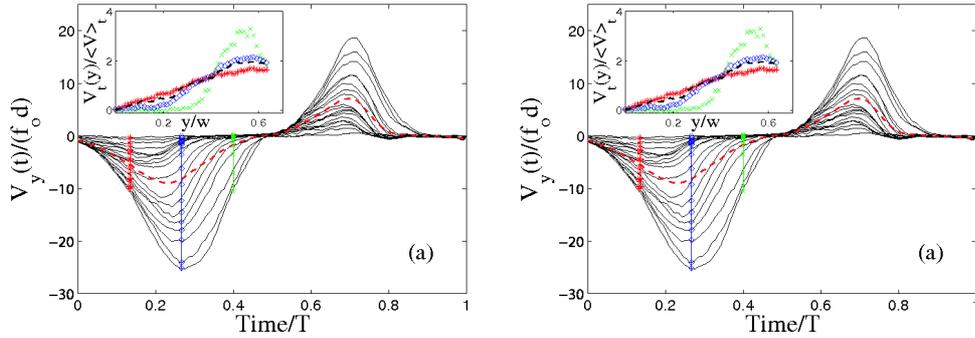


Fig.8. Evolution temporelle de la vitesse suivant x à la surface d'une couche de grains, moyennée suivant x à différentes distances y de la paroi latérale. La courbe en tiret donne la moyenne spatiale. La fenêtre reproduit les profils instantanés normalisés par la vitesse moyenne instantanée de la surface. La courbe en tiret donne le profil adimensionné moyenné dans le temps. Dans les deux cas, la hauteur de la couche est $h = 9d$ et la pulsation vaut $\eta = 0.21$. On a pour (a) $\Gamma = 0.45$, et pour (b) $\Gamma = 0.49$

Bien que l'étude des profils horizontaux montre que la friction sur la paroi latérale est loin d'être négligeable, le fait qu'il ait glissement, nous permet de mesurer un profil vertical à la paroi qui pourra être comparé à ceux mesurés dans les mêmes conditions pour les écoulements sur plan incliné [2]. Là encore les profils dépendent du temps à cause de notre excitation périodique (Fig. 9, pendant dans la direction verticale de la Fig. 8). Dans le régime intermédiaire, les profils de vitesse, adimensionnés par la vitesse instantanée de la surface libre, sont différents pendant la phase d'accélération (quasi-linéaire) et de décélération (quasi nulle près du fond puis augmentation abrupte). Mais contrairement aux profils horizontaux, cela reste vrai Fig. 9b pour $\Gamma = 0.49$. Les profils moyennes qui en découlent, sont loin de correspondre à la loi de Bagnold puisque la concavité y est opposée [2,20]. Il se peut cependant que ces effets soient dus aux bords et que les profils verticaux au milieu de la cellule (malheureusement inaccessible par des méthodes de mesures usuelles) soient identiques entre eux (une fois renormalisés par la vitesse de surface instantanée) et suivent un profil moyen plus conforme à la loi de Bagnold.

5 Conclusion

Nous avons présenté ici une première étude des écoulements granulaires vibrés horizontalement. Si les seuils à basses fréquences d'excitation, présentent des similitudes indéniables avec le cas des écoulements

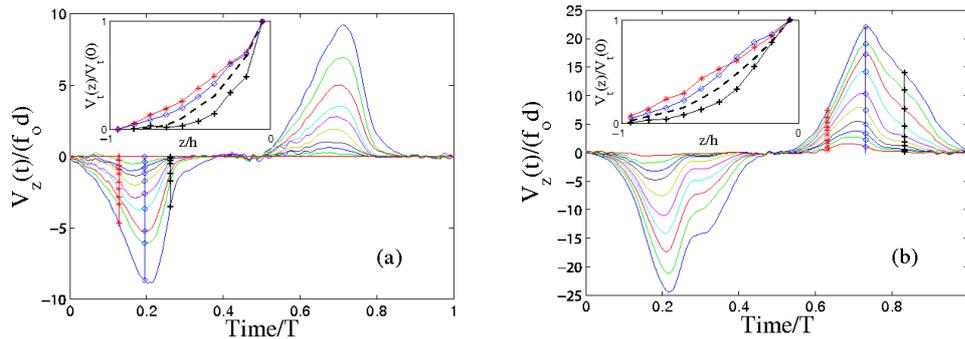


Fig.9. Evolution temporelle de la vitesse suivant x , mesurée à la paroi verticale de plexiglass et moyennée suivant x , à différentes distances z fond de la cellule. Dans les deux cas la hauteur de la couche est $h = 9d$ et la pulsation vaut $\eta = 0.21$ On a pour (a) $\Gamma = 0.45$, et pour (b) $\Gamma = 0.49$

sur plan incliné, la périodicité de l'excitation implique une dynamique temporelle de l'écoulement beaucoup plus riche. On a vu notamment, au-dessus du seuil, qu'il existe un régime intermédiaire où la couche n'est mobile qu'une fraction du cycle. Ce comportement qui ne peut pas s'expliquer par un simple modèle de frottement solide, montre bien que la rhéologie des milieux granulaires ne pourra pas se décrire de façon complète par des modélisations qui prennent en compte que les forçages instantanés sans prendre en compte les effets de mémoires. Les profils de vitesse étant dépendants du temps, ils sont difficilement comparables aux écoulements continus sur plan incliné. La dissymétrie des profils entre phases d'accélération et de décélération, souligne bien, une fois de plus, la richesse rhéologique des milieux granulaires. Si les propriétés observées restent génériquement vraies quelque soit la nature des grains, cette forme de forçage périodique, permettant de sonder plusieurs échelles de temps dans un écoulement stationnaire fermé, nous paraît particulièrement adaptée à l'étude des propriétés rhéologiques des milieux granulaires.

Références

1. A. DAERR & S. DOUADY, *Nature*, **399**, 241 (1999).
2. S. B. SAVAGE, *J. Fluid Mech.*, **92**, 53 (1979).
3. O. POULIQUEN & N. RENAUT, *J. Phys. II*, **6**, 923 (1996).
4. M. Y. LOUGE & S. C. KEAST, *Phys. Fluids*, **13**, 1213 (2001).
5. L. SILBERT, D. ERTAS, G. GREY, ET AL., *Phys. Rev. E*, **64**, 051302 (2001).
6. L. SILBERT, J. W. LANDRY & G. S. GREY, *Phys. Fluids*, **15**, 1 (2003).
7. S. B. SAVAGE & K. HUTTER, *J. Fluid Mech.*, **199**, 177 (1989).
8. J.-P. BOUCHAUD, M. E. CATES, J. RAVI PRAKASH, ET AL., *J. Phys. I France*, **4**, 1383 (1994).
9. I. S. ARANSON & L. S. TSIMRING, *Phys. Rev. E*, **64**, 20301(R) (2001).
10. A. ARADIAN, E. RAPHAEL & P. G. DE GENNES, *Phys. Rev. E*, **60**, 2009 (1999).
11. B. ANDREOTTI, A. DAERR & S. DOUADY, *Phys. Fluids*, **14**, 415 (2002).
12. O. POULIQUEN, *Phys. Fluids*, **11**, 542 (1999).
13. GDR MiDi, *Eur. Phys. J. E*, **14**, 341 (2004).
14. P. JOP, Y. FORTERRE & O. POULIQUEN, *Nature*, **441**, 727 (2006).
15. P. JOP, Y. FORTERRE & O. POULIQUEN, *J. Fluid Mech.*, **486**, 21 (2005).
16. S. G. K. TENNAKON, L. KONDIC & R. P. BEHRINGER, *Europhys. Lett.*, **45**, 470 (1999).
17. M. MEDVED, H. M. JAEGER & S. R. NAGEL, *Europhys. Lett.*, **52**, 66 (2000).
18. G. METCALFE, G. K. TENNAKON, L. KONDIC, ET AL., *Phys. Rev. E*, **65**, 031302 (2002).
19. The particle tracking routines were developed by J. Crocker and E. Weeks. See <http://www.physics.emory.edu/weeks/idl/>.
20. E. AZANZA, F. CHEVOIR & P. MOUCHERONT, *J. Fluid Mech.*, **400**, 199 (1999).