

# Evolution d'impulsions paraboliques dans un amplificateur à fibre optique hors régime asymptotique

Christophe Finot, Francesca Parmigiani, Periklis Petropoulos & Dave J. Richardson

Optoelectronics Research Centre, University of Southampton, Southampton SO 17 1BJ, United-Kingdom  
cff@orc.soton.ac.uk

**Résumé.** Nous montrons que les impulsions paraboliques ne sont pas systématiquement synonymes de similaritons : un régime d'amplification dominé par l'auto-modulation de phase peut ainsi précéder le régime auto-similaire. Les caractéristiques des impulsions obtenues après recompression sont étudiées. Nous démontrons également qu'une impulsion parabolique de chirp initial négatif subit une recompression spectrale, conduisant à une impulsion parabolique de haute-énergie et en limite de Fourier.

**Abstract.** We show analytically and numerically that parabolic pulses and similaritons are not always synonyms and that a self-phase modulation amplification regime can precede the self-similar evolution. Properties of the recompressed pulses after SPM amplification are investigated. We also demonstrate that negatively chirped parabolic pulses can exhibit a spectral recompression leading to high-power chirp-free parabolic pulses.

## 1 Introduction

Les similaritons optiques, impulsions se propageant de manière auto-similaire dans les amplificateurs fibrés à haute-puissance, ont généré un intérêt considérable depuis leur première mise en évidence théorique et expérimentale en 2000 [1]. En effet, en raison de la combinaison de la dispersion normale, de la non-linéarité et du gain, toute forme initiale évolue asymptotiquement vers un similariton, une onde non-linéaire caractérisée par un profil d'intensité parabolique associé à une dérive de fréquence (*chirp*) linéaire et de pente positive. La dynamique auto-similaire est alors marquée par une augmentation exponentielle de la puissance crête et des largeurs temporelle et spectrale.

La génération de similaritons a été démontrée à travers différentes techniques d'amplification comme l'amplification par fibres dopées terres-rares (*Ytterbium* [1,2] ou *Erbium*[3]) ou bien encore l'amplification Raman [4]. Des propriétés théoriques fondamentales de la propagation asymptotique, telle que l'indépendance de l'impulsion générée vis-à-vis de la forme de l'impulsion initiale [1], ont alors pu être confirmées expérimentalement [5].

A ce jour, aucune distinction précise n'est effectuée entre l'évolution asymptotique auto-similaire d'une impulsion parabolique et l'amplification d'une impulsion ayant seulement une forme initiale parabolique d'expression générale  $\psi_p(t)$  avec une énergie  $U_p = 4 P_p T_p / 3$  :

$$\psi_p(t) = \sqrt{P_p} \sqrt{1 - \frac{t^2}{T_p^2}} \exp(-i \frac{C_p}{2} t^2) \text{ si } |t| < T_p \quad ; \quad \psi_p(t) = 0 \text{ sinon,} \quad (1)$$

où  $P_p$ ,  $T_p$  et  $C_p$  sont respectivement la puissance crête, la demi-largeur temporelle totale et le coefficient de chirp linéaire de l'impulsion parabolique. Or, avec le développement rapide des lasers à impulsions paraboliques [6] ou encore avec le perfectionnement des techniques de mise en forme linéaire d'impulsions (*par utilisation de réseaux de Bragg superstructurés par exemple* [7]), il est désormais devenu possible d'injecter des impulsions paraboliques directement en entrée de l'amplificateur. Nous proposons ici de clarifier analytiquement les propriétés des similaritons par rapport aux propriétés d'une impulsion parabolique de haute-puissance.

L'évolution du champ électrique complexe  $\psi$  durant l'amplification peut être modélisée par l'équation de Schrödinger non-linéaire (*ESNL*) avec un terme de gain constant [1] :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \gamma |\psi|^2 \psi + i \frac{g}{2} \psi. \quad (2)$$

avec  $\beta_2$  le coefficient de dispersion du second ordre,  $\gamma$  le coefficient non-linéaire Kerr et  $g$  le coefficient de gain constant longitudinalement et spectralement. Nous montrons alors que la dynamique associée à l'amplification d'une impulsion parabolique n'est pas forcément auto-similaire (*SS : self-similar*). Ainsi, l'évolution d'une impulsion parabolique peut être initialement dictée par l'auto-modulation de phase [8] (*SPM : self-phase modulation*). Ce ne sera qu'après une certaine distance de propagation que l'impulsion parabolique suivra une évolution auto-similaire.

Comme l'impulsion parabolique acquiert rapidement un chirp linéaire, il est aisé de la recomprimer. Nous détaillerons les caractéristiques de l'impulsion amplifiée en régime SPM après recompression, montrant notamment que la forme parabolique conduit, comparé à des impulsions initiales de forme gaussienne ou sech, à une nette amélioration en termes de qualité, de durée temporelle et de puissance crête. L'influence d'un chirp initial linéaire négatif sera également discutée : il est alors possible d'assister à une compression spectrale de l'impulsion conduisant à une impulsion parabolique de haute-énergie en limite de Fourier.

## 2 Auto-modulation de phase et auto-similarité durant l'amplification

Etudions tout d'abord l'amplification d'une impulsion gaussienne sans chirp avec une largeur initiale à mi-hauteur  $T_0$  et une énergie initiale  $U_0$ . Pour illustrer notre analyse, nous avons considéré dans cet article l'amplification d'impulsions ayant toutes une énergie  $U_0 = 50$  pJ mais avec des largeurs temporelles  $T_0$  pouvant varier entre 0.8 et 16 ps, dans un amplificateur basé sur une fibre erbium avec les paramètres suivant :  $\beta_2 = 40.10^{-3} \text{ ps}^2.m^{-1}$ ,  $\gamma = 6.10^{-3} \text{ W}^{-1}.m^{-1}$  et  $g = 3 \text{ dB}.m^{-1}$  aux longueurs d'ondes des télécommunications optiques (1550 nm).

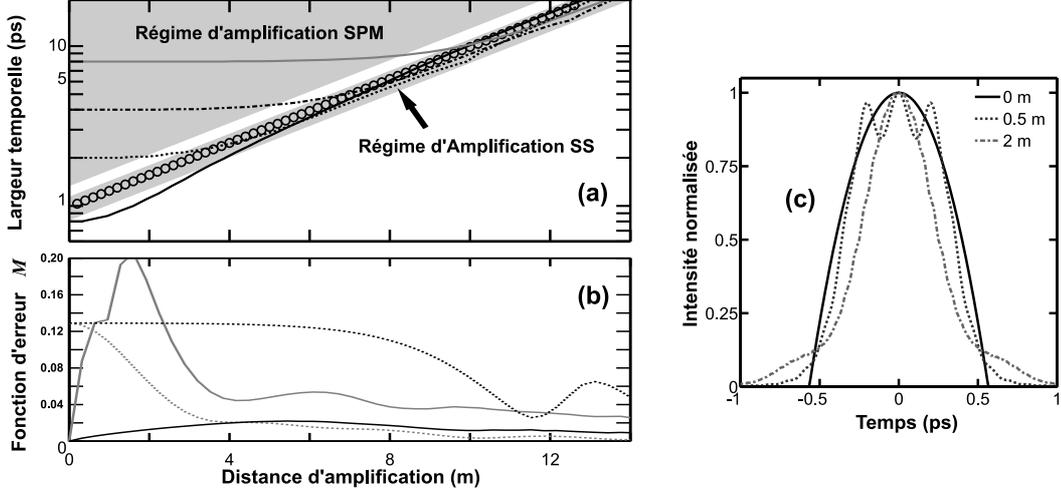
Nous avons représenté Fig. 1a l'évolution longitudinale de la largeur temporelle à mi-hauteur  $T_{1/2}$  des impulsions durant l'amplification. Pour caractériser le changement de forme durant l'amplification, nous avons également représenté Fig. 1b l'évolution du paramètre  $M$  défini comme l'écart entre l'impulsion  $\psi$  et un ajustement parabolique  $\psi_{pfit}$

$$M^2 = \int (|\psi|^2 - |\psi_{pfit}|^2)^2 dt / \int |\psi|^4 dt \quad (3)$$

Nous constatons que les impulsions gaussiennes les plus brèves convergent rapidement ( $T_{1/2} \rightarrow \sqrt{2} T_{pss}$  et  $M \rightarrow 0$ ) vers la solution SS qui correspond à une impulsion parabolique avec comme paramètres caractéristiques  $P_{pss}$ ,  $T_{pss}$  and  $C_{pss}$  donnés, indépendamment de la forme initiale par [1] :

$$\sqrt{P_{pss}} = \frac{1}{2} \left( \frac{U_0 g}{\sqrt{\beta_2} \gamma/2} \right)^{1/3} \exp\left(\frac{g z}{3}\right), \quad T_{pss} = 3 \left( \frac{U_0 \beta_2 \gamma/2}{g^2} \right)^{1/3} \exp\left(\frac{g z}{3}\right) \quad \text{et} \quad C_{pss} = \frac{g}{3 \beta_2} \quad (4)$$

Plus les impulsions initiales sont longues, plus la distance nécessaire pour converger vers le comportement asymptotique SS est importante. En effet, il existe une vaste région où les impulsions ne montrent aucun changement dans leur largeur temporelle ou bien dans leur forme (*M constant*). L'effet affectant principalement l'amplification est ainsi uniquement la non-linéarité alors que les impulsions les plus courtes sont également soumises aux effets de la dispersion. La dynamique initiale de pulses plus longs (*picosecondes dans notre cas*) peut donc être décrite en première approximation par une amplification combinée aux effets de l'auto-modulation de phase.



**Fig.1.** Evolution longitudinale de différentes impulsions Gaussiennes en limite de Fourier de largeur temporelle à mi-hauteur  $T_0 = 0.8, 2, 4$  et  $8$  ps (respectivement lignes continue, pointillée, mixte et continue grise). (a) Evolution de la largeur temporelle à mi-hauteur comparée à l'évolution SS (cercles, Eq. 4 ). (b) Evolution du facteur d'erreur  $M$  pour des impulsions de forme Gaussienne (ligne pointillée) ou parabolique (linge continue) de différentes largeurs temporelles ( $0.8$  et  $8$  ps, respectivement lignes grise et noire). (c) Evolution du profil d'intensité normalisée d'une impulsion parabolique de  $800$  fs évoluant dans un milieu purement dispersif pour différentes distances de propagation ( $0, 0.5$  et  $2$  m, respectivement ligne continue, pointillée et mixte)

Nous comparons également Fig. 1b l'évolution d'impulsions en limite de Fourier de même énergie  $U_0$  et de même durée temporelle  $T_0$  mais avec des formes différentes (*Gaussienne ou parabolique*). Pour les impulsions les plus courtes ( $0.8$  ps), nous constatons que la forme d'impulsion qui converge le plus rapidement est la forme gaussienne, en accord avec les conclusions d'Ozeki *et al.* [9]. L'impulsion parabolique ne conserve pas sa forme ( $M$  varie de manière conséquente). Un tel comportement s'explique par l'action des effets dispersifs (Fig. 1c). Rappelons qu'une impulsion parabolique ne conserve sa forme que dans la limite des hautes intensités.

Considérons maintenant l'évolution des impulsions de  $8$  ps. Les effets non-linéaires sont alors prédominants et nous vérifions que l'impulsion parabolique demeure globalement parabolique, avec seulement une légère augmentation du facteur  $M$ . Pour l'impulsion gaussienne, cette forme n'est pas encore complètement entrée dans le régime de propagation parabolique après  $14$  mètres de propagation.

### 3 Amplification d'une impulsion parabolique en régime SPM

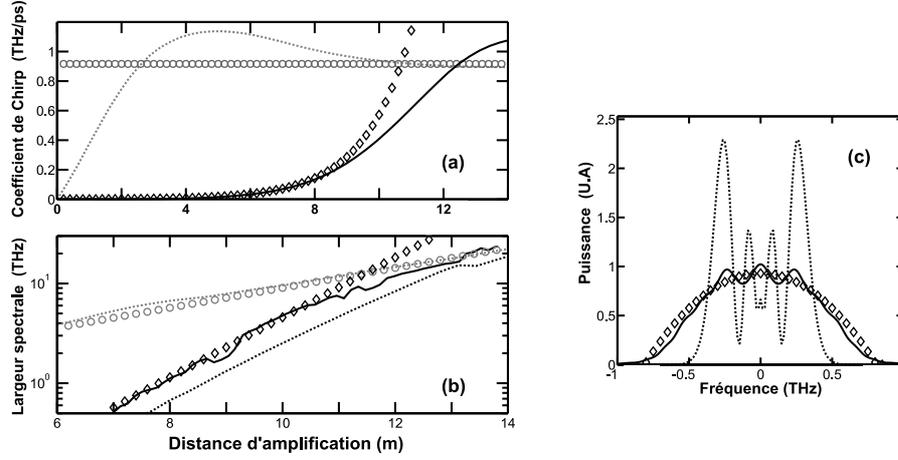
Nous nous concentrons maintenant sur l'évolution d'une impulsion parabolique ( $U_{p_0}, T_{p_0}, P_{p_0}$  et  $C_{p_0}$  ses propriétés initiales) dans le régime d'amplification SPM. Nous négligeons ici complètement les effets de la dispersion chromatique. Dans ces conditions, le profil d'intensité ne subira pas de changement dans la forme, l'amplification se traduisant donc par une modification du coefficient de chirp linéaire  $C_p$  :

$$C_{p_{spm}} = \frac{3}{2} \gamma \frac{U_{p_0}}{T_{p_0}^3} \frac{\exp(g z)}{g} + C_{p_0} \quad , \quad (5)$$

les autres paramètres évoluant suivant :

$$T_{p_{spm}} = T_{p_0} \quad \text{et} \quad P_{p_{spm}} = \frac{3}{4} \frac{U_{p_0}}{T_{p_0}} \exp(g z) \quad (6)$$

Si nous comparons les équations 5 et 6 avec les expressions obtenues en régime SS (équations 4), plusieurs différences physiques majeures apparaissent : les expressions SPM sont dépendantes de la largeur



**Fig.2.** Evolution longitudinale d'impulsions initialement en limite de Fourier avec une énergie  $U_0 = 50$  pJ. Différentes formes (parabolique et gaussienne, respectivement ligne continue et pointillée) et différentes durées initiales (800 fs et 8 ps, ligne grise et noire respectivement) sont considérées. Les résultats analytiques dans le régime auto-similaire (cercles, Eq. 4) et dans le régime d'auto-modulation de phase (Eqs. 5 et 6) sont comparés avec l'intégration numériques de l'équation 2. (a) Evolution du paramètre de chirp linéaire  $C$ . (b) Evolution longitudinale de la largeur spectrale (c) Spectre après 8 m d'amplification.

temporelle initiale  $T_0$ , au contraire de la solution SS. Par rapport au régime SS où  $C_{p_{ss}}$  est simplement déterminé par  $\beta_2$  et  $g$ , le coefficient de chirp linéaire  $C_{p_{spm}}$  est dépendant de  $\gamma$  et évolue suivant  $z$ .

La différence entre les deux régimes peut également être constatée Fig. 2a qui présente l'évolution longitudinale de  $C_p$ . L'amplification d'impulsions paraboliques longues est avant tout dominée par la SPM au début de la propagation (Eq. 5) et se rapproche seulement ensuite de l'évolution SS. Nous avons également représenté l'évolution d'une impulsion gaussienne de largeur 800 fs qui converge plus rapidement vers l'évolution asymptotique. Fig. 2b, nous avons considéré l'évolution des propriétés spectrales des impulsions paraboliques. Le spectre d'une impulsion parabolique, dans la limite d'une impulsion hautement chirpée est exprimée par un profil d'intensité spectral parabolique associé à une dérive de fréquence spectrale linéaire. La largeur spectrale à mi-hauteur  $f_p$  peut alors être évaluée par  $f_p = \sqrt{2} |C_p| T_p / 2\pi$ . Par rapport à des impulsions gaussiennes équivalentes, nous pouvons également constater Fig. 2c que les impulsions paraboliques conduisent à un spectre dénué des fortes oscillations caractéristiques de l'auto-modulation de phase d'impulsions gaussiennes [8].

## 4 Compression temporelle

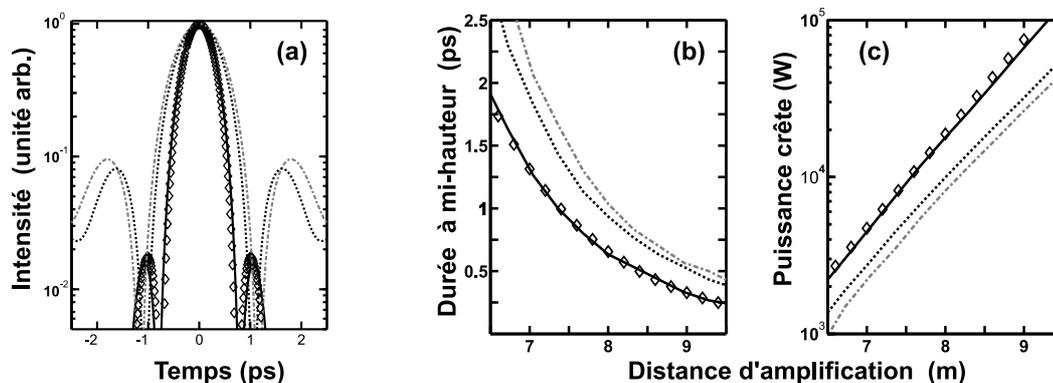
Etudions maintenant la qualité de la compression qui peut être réalisée dans le domaine SPM. Les impulsions initiales paraboliques en limite de Fourier conduisent aux impulsions de la meilleure qualité. En effet, la forme  $\psi_{cp}$  d'une impulsion parabolique après recompression linéaire du chirp est donnée par :

$$\psi_{cp}(t) \propto J_1(\sqrt{2}\pi f_p t) / (\sqrt{2}\pi f_p t) \quad (7)$$

avec  $J_1$  la fonction de Bessel de la première espèce. Le profil d'intensité est ainsi proportionnel à la fonction  $(J_1(x)/x)^2$ , fonction également impliquée dans la figure bien connue de diffraction d'une ouverture circulaire. La largeur temporelle à mi-hauteur  $T_{cp_{spm}}$  et la puissance crête  $P_{cp_{spm}}$  de l'impulsion recomprimée sont alors exprimées par :

$$T_{cp_{spm}} = \frac{1}{1.33 f_{p_{spm}}} \quad \text{et} \quad P_{cp_{spm}} = \frac{3\pi}{4\sqrt{2}} U_{P_0} \Gamma^2\left(\frac{3}{2}\right) f_{p_{spm}} \exp(gz) \quad (8)$$

avec  $\Gamma$  la fonction gamma. Nous pouvons constater Fig 3a que l'utilisation d'une impulsion parabolique permet de réduire la part d'énergie contenue dans les ailes, ainsi que la largeur temporelle de l'impulsion recomprimée. Au final, la puissance-crête des impulsions après recompression est donc significativement augmentée.



**Fig.3.** Propriétés des impulsions recomprimées après amplification pour des impulsions initiales de formes différentes (impulsions de 8 ps, parabolique, Gaussienne et sécante hyperbolique, respectivement lignes continues, pointillées et mixtes). Les prédictions analytiques obtenues dans le régime SPM sont comparées avec les simulations numériques. (a) Profil d'intensité de l'impulsion recomprimée après 8 mètres de propagation dans l'amplificateur (intensité crête normalisée à 1). (b) Evolution de la largeur à mi-hauteur des impulsions recomprimées. (c) Evolution de la puissance crête  $P_c$  des impulsions recomprimées.

## 5 Recompression spectrale

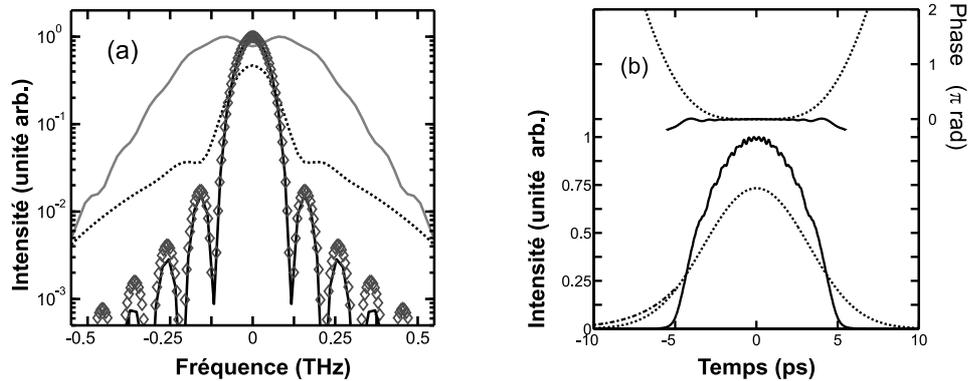
Nous examinons dans cette dernière partie l'évolution d'une impulsion parabolique avec un coefficient de chirp initial  $C_{p_0}$  négatif. Dans ce cas, vue l'équation 5,  $C_{p_{spm}}$  passe alors par une valeur nulle, ce qui s'accompagne d'une compression spectrale.

Nous pouvons ici dresser un parallèle avec l'action de la dispersion anormale qui compense un chirp spectral positif linéaire en introduisant un chirp linéaire opposé : l'action de la SPM se manifeste par l'introduction d'un chirp temporel linéaire et positif compensant le chirp temporel initial négatif. On aboutit alors à une impulsion en limite de Fourier. Nous retrouvons donc sans surprise dans le domaine fréquentiel la même forme que celle obtenue dans la partie 4 dans le domaine temporel.

Une telle analogie est néanmoins limitée au cas des impulsions paraboliques : pour les autres impulsions, le chirp introduit n'est linéaire que dans la partie centrale de l'impulsion et présente de larges variations sur les flancs de l'impulsion. Il en résulte une compression spectrale beaucoup moins efficace comme on peut le constater figure 4 où nous avons comparé les résultats de la recompression des impulsions à la fois dans le domaine temporel et dans le domaine spectral. Si toutes les différentes formes conduisent à une impulsion avec une phase plate au centre, seule l'impulsion parabolique permet une phase plate sur la totalité de l'impulsion. Cela présente un intérêt particulièrement élevé pour la génération d'impulsions en limite de Fourier de puissance élevée.

## 6 Conclusion

Nous avons étudié l'amplification d'impulsions parabolique en mettant en évidence que pour des impulsions picosecondes, un régime dominé par l'auto-modulation de phase précédait une évolution auto-similaire. Les résultats analytiques et numériques montrent que l'évolution et les propriétés des impulsions



**Fig.4.** Recompression spectrale d'impulsion avec un coefficient de chirp linéaire  $C_{p0}$  initialement négatif. Les impulsions ont la même énergie initiale, la même durée temporelle et le même coefficient de chirp, mais différentes formes (parabolique ou Gaussienne, lignes continues et pointillées respectivement) (a) Le spectre après l'amplification dans 6.6 m de fibre (ligne noire) est comparé au spectre parabolique initial (ligne grise) et au spectre d'une impulsion parabolique en limite de fourier (losanges). (b) Profils d'intensité et de phase après recompression spectrale.

paraboliques dans ce régime sont bien distinctes de celles des similaritons. Par rapport aux impulsions gaussiennes ou sécantes hyperboliques, les impulsions paraboliques amplifiées dans le régime de SPM conduisent à une amélioration significative dans le processus de recompression. Le comportement d'impulsions initialement chirpées a également été étudié, en particulier le cas d'une impulsion de chirp initial négatif qui conduit à une recompression spectrale, générant ainsi à partir de l'auto-modulation de phase, des impulsions en limite de Fourier. Nous pensons que cette description attentive des impulsions paraboliques dans un régime non-parabolique aura des implications majeures dans le développement des chaînes d'amplificateurs de haute puissance.

## Références

1. M.E. FERMAN, V.I. KRUGLOV, B.C. THOMSEN, J.M. DUDLEY, AND J.D. HARVEY, Self-similar propagation and amplification of parabolic pulses in optical fibers, *Phys. Rev. Lett.*, **84** (26), 6010-6013 (2000).
2. A. MALINOWSKI *et al.*, Ultrashort-pulse Yb3+ fiber based laser and amplifier system producing > 25 W average power, *Opt. Lett.*, **29** (17), 2073-2075 (2004).
3. C. BILLET, J.M. DUDLEY, N. JOLY, AND J.C. KNIGHT, Intermediate asymptotic evolution and photonic bandgap fiber compression of optical similaritons around 1550 nm, *Opt. Express*, **13** (9), 3236-3241 (2005).
4. C. FINOT, G. MILLOT, C. BILLET, AND J.M. DUDLEY, Experimental generation of parabolic pulses via Raman amplification in optical fiber, *Opt. Express*, **11**, 1547-1552 (2003).
5. C. FINOT, G. MILLOT, AND J.M. DUDLEY, Asymptotic characteristics of parabolic similariton pulses in optical fiber amplifiers, *Opt. Lett.*, **29** (21), 2533-2535 (2004).
6. F.Ö. ILDAY, J.R. BUCKLEY, W.G. CLARK, AND F.W. WISE, Self-similar evolution of parabolic pulses in a laser, *Phys. Rev. Lett.*, **92** (21), p. 213902 (2004).
7. F. PARMIGIANI *et al.*, A novel XPM based pulse retiming system incorporating a fibre grating based parabolic pulse shaper, *ECOC 2005*, Glasgow (2005).
8. G.P. AGRAWAL, *Nonlinear Fiber Optics*, Third Edition. 2001 : San Fransisco, CA : Academic Press (2001).
9. Y. OZEKI, Y. TAKUSHIMA, K. TAIRA, AND K. KIKUCHI, Clean similariton generation from an initial pulse optimized by the backward propagation method, *Conference on Lasers and Electro-Optics US* (2004).
10. A.C. PEACOCK, Self-similar amplification and propagation of parabolic pulses in optical fibers, Master thesis at Auckland University, New-Zealand (2001).
11. J.P. LIMPURT *et al.*, High-power picosecond fiber amplifier based on nonlinear spectral compression, *Opt. Lett.*, **30** (7), p. 714-716 (2005).